ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 MARS 1922.

PRÉSIDENCE DE M. ÉMILE BERTIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. *Louis Ranvier*, survenu à Vendranges (Loire), le 22 mars dernier :

M. **Henneguy** donne lecture d'une Notice nécrologique.

L'Académie perd en la personne de M. **Ranvier**, doyen de la Section d'Anatomie et de Zoologie, l'un de ses membres les plus anciens et les plus éminents, qui a grandement honoré la Science française.

Né à Lyon, le 2 octobre 1835, Louis-Antoine Ranvier, tout en poursuivant des études médicales, fut de bonne heure attiré vers les recherches de science pure et se consacra à l'Histologie et à l'Anatomie pathologique.

L'Histologie, vers 1860, sous l'influence des travaux de Leydig, Kölliker, Max Schultze, venait de faire à l'étranger de réels progrès. Elle n'était représentée chez nous que par Charles Robin qui, disciple intellectuel de Schwann, professait des idées en opposition avec celles de la jeune école allemande. Ranvier, encore jeune étudiant, comprit que la France, patrie de Bichat, fondateur de l'Anatomie générale, ne pouvait se laisser devancer par les nations étrangères; il eut la noble ambition de contribuer par ses propres recherches à étendre nos connaissances sur la structure intime des tissus des organismes. Avec l'aide de son camarade d'internat, Cornil, il installa, rue Christine, à Paris, un petit laboratoire privé, dans lequel les deux collaborateurs, tout en préparant leur *Traité d'Anatomie pathologique,* qui devait rapidement devenir classique, enseignaient aux étudiants en Médecine les principes de l'Histologie.

Les premiers travaux de Ranvier attirèrent l'attention de Claude Bernard

qui, en 1867, le prit comme préparateur de son Cours au Collège de France, puis lui confia la direction d'un laboratoire d'Histologie de l'École pratique des Hautes Études, rattaché à sa chaire, et obtenait, en 1875, des pouvoirs publics, la création pour son collaborateur d'une chaire d'Anatomie générale dans ce même établissement.

C'est au Collège de France que, pendant plus de 30 années, Ranvier travailla avec une ardeur inlassable et fit toutes les belles découvertes qui ont illustré son nom. En 1886, il entrait à l'Académie de Médecine et, l'année suivante, notre Compagnie l'appelait à remplacer Ch. Robin dans la Section d'Anatomie et de Zoologie. Il était déjà, à cette époque, correspondant et membre honoraire de nombreuses Sociétés et Académies étrangères et docteur *honoris causa* de l'Université de Würzburg.

Il est difficile de résumer l'œuvre de notre confrère : elle comprend tout le domaine de l'histologie. Il n'est pas de système de tissus qu'il n'ait étudié en soumettant ses observations à toute la rigueur de la méthode expérimentale qu'il tenait de son maître Claude Bernard. Doué d'une dextérité manuelle des plus remarquables, en employant des procédés de dissociation aussi simples qu'élégants, imaginés par lui, et des modes de coloration nouveaux, permettant de différencier les éléments des tissus, il a pu trouver un très grand nombre de faits nouveaux des plus importants, que n'ont pu que confirmer, à l'aide de méthodes plus compliquées, les histologistes qui, après lui, ont étudié les mêmes objets. A l'habileté du technicien il joignait l'ingéniosité de l'expérimentateur. Ranvier ne se contenta pas, en effet, de décrire et figurer la structure des tissus et de leurs éléments, comme l'avaient fait ses prédécesseurs, il voulut connaître le fonctionnement de ces tissus et des cellules. Il a créé, selon l'expression de Claude Bernard, l'histologie expérimentale, ébauchée par Bichat. C'est en cela surtout que son œuvre se distingue de celle des histologistes allemands, ses contemporains.

Dans ses magistrales leçons, professées au Collège de France et publiées par ses élèves, sur le *Système musculaire*, sur le *Système nerveux*, sur les *Appareils nerveux terminaux des muscles de la vie organique*, la physiologie tient une aussi large place que l'histologie proprement dite.

Les faits nouveaux dont le savant professeur du Collège de France a enrichi la Science sont trop nombreux pour qu'on puisse seulement les énumérer. Je me bornerai à signaler les principaux. Dans le domaine du système nerveux, la découverte des étranglements annulaires lui a permis de montrer que la gaine de Schwann des fibres à myéline est constituée

par une série de cellules placées bout à bout. Il établit les caractères distinctifs des fibres nerveuses sans myéline et des fibres conjonctives. Ses recherches sur la régénération des terminaisons nerveuses dans la cornée et les épithéliums l'ont amené à admettre que la croissance des fibres nerveuses a lieu par bourgeonnement. Dans le système musculaire, il distingua les muscles rouges à contraction plus ou moins lente des muscles pâles qui se contractent plus rapidement, et il étudia avec soin le mode de vascularisation et d'innervation de ces muscles. Pour le tissu conjonctif, dont la constitution avait donné lieu à de nombreuses controverses, il a montré que les cellules, qu'on voit si nettement dans le tissu lâche, se retrouvent dans ce qu'il a appelé le *tissu conjonctif modelé*, les ligaments et les tendons. Il convient enfin de rappeler ses recherches sur le développement et la constitution du système osseux, sur la structure de la peau et des corpuscules du tact, sur la rétine, sur le sang et le développement des vaisseaux, sur les glandes muqueuses et le mécanisme de leur sécrétion. Toutes ces découvertes forment un ensemble considérable et se trouvent résumées dans son célèbre *Traité technique d'Histologie*, Ouvrage absolument original, qui fut traduit en plusieurs langues, et qui est encore aujourd'hui entre les mains de tous les histologistes.

Ranvier n'a pas été un travailleur solitaire. Sa réputation mondiale attirait à son laboratoire de nombreux élèves et des savants étrangers qui venaient s'initier à ses méthodes ou entreprendre des recherches sous sa direction et celle de son dévoué collaborateur Malassez. Il était le chef incontesté de l'École histologique française, et tous les maîtres actuels de la médecine, de la physiologie, de l'anatomie pathologique, comme de l'histologie, peuvent revendiquer l'honneur d'avoir été ses disciples.

Après une vie de labeur incessant, bien que jouissant encore de toutes ses facultés physiques et intellectuelles, notre confrère pensa qu'il avait droit à un repos bien mérité. Il abandonna son enseignement du Collège de France et se retira dans sa belle propriété de Thélys, non loin de Roanne, où, comme Cincinnatus, il se consacra aux travaux champêtres. C'est là qu'il vient de s'éteindre dans sa quatre-vingt-huitième année. Depuis vingt ans, il avait cessé d'assister à nos séances et beaucoup d'entre nous ne l'ont pas connu. Mais ceux qui, comme moi, ont eu la bonne fortune d'être son élève, son collègue et son ami, et de pouvoir apprécier les qualités de l'homme privé en même temps que la grande valeur du savant, conserveront de lui un souvenir ému et reconnaissant.

L'œuvre de Ranvier est impérissable et ses travaux demeureront un titre de gloire pour notre pays.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une théorie classique de Cauchy.* Note de M. E. GOURSAT.

Dans deux Notes récentes ([1]), M. Mittag-Leffler est revenu sur une ancienne démonstration du théorème de Cauchy, pour la comparer avec celle que j'ai publiée en 1900. Pour éviter tout malentendu, je voudrais préciser en quelques mots les conclusions de cette comparaison.

La démonstration que j'ai donnée suppose uniquement *l'existence de la dérivée*, tandis que la plupart des démonstrations antérieures supposaient, plus ou moins explicitement, que le rapport

$$\frac{f(z+h)-f(z)}{h}$$

end *uniformément* vers $f(z)$ lorsque $|h|$ tend vers zéro. Dans la démonstration plus ancienne à laquelle il fait allusion, M. Mittag-Leffler avait remplacé cette condition par une condition analogue; une expression formée avec les valeurs de la fonction $f(z)$ en trois points infiniment voisins doit tendre *uniformément* vers zéro. Ma démonstration est donc la première, du moins je le crois jusqu'à preuve du contraire, qui ne fait intervenir aucune condition de ce genre. C'est un point que je tenais à préciser, parce que les Notes de M. Mittag-Leffler pouvaient donner lieu à quelque confusion.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la fabrication de la soude à l'ammoniaque.* Note de M. H. LE CHATELIER.

Les expériences de M. Toporescu, relatives à la préparation du bicarbonate de sodium, qui sont données ci-dessous ([2]), permettent de formuler quelques conclusions intéressantes au sujet de la fabrication de la soude à l'ammoniaque, en particulier de calculer le rendement théorique de l'opération, c'est-à-dire la proportion de $NaCl$ transformable en $NaHCO^3$ cristallisé. La comparaison entre ce rendement théorique et le rendement pratique obtenu dans les usines permet de se rendre compte de la perfec-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 1041, et t. 174, 1922, p. 789.

([2]) Page 870.

tion plus ou moins grande avec laquelle sont conduites les opérations industrielles.

Pour cette discussion, j'emploierai la représentation géométrique sur diagramme carré (*fig*. 1), dont j'ai indiqué l'usage il y aura bientôt trente

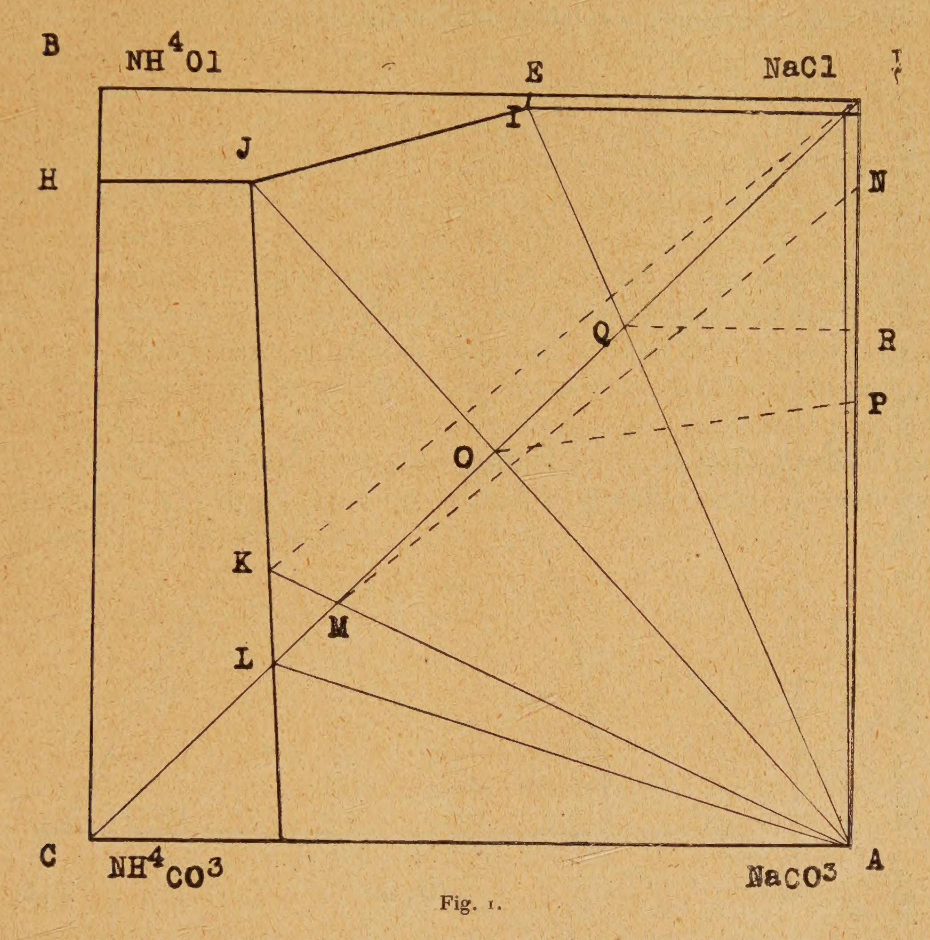


Fig. 1.

ans[1] et dont j'ai précisé récemment les conditions d'emploi [2]. Dans le but de mieux fixer les idées, je prendrai un mélange salin déterminé, renfermant, par exemple, $0^{mol},32$ de NaCl et $0^{mol},68$ de NH^4HCO^3, représenté sur le diagramme par le point figuratif M, situé sur la diagonale CD. La quantité d'eau nécessaire pour dissoudre une molécule de ce mélange est, d'après les expériences de M. Toporescu, de 400^g.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 118, 1894, p. 415.

(2) *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 345.

En évaporant cette solution, le bicarbonate cristallise progressivement et, en même temps, le point figuratif de la dissolution se déplace suivant la ligne MK. Le prolongement de cette ligne passe par le sommet du carré A, parce que le dépôt du bicarbonate ne modifie pas les proportions relatives de chlore et d'ammonium existant dans la dissolution.

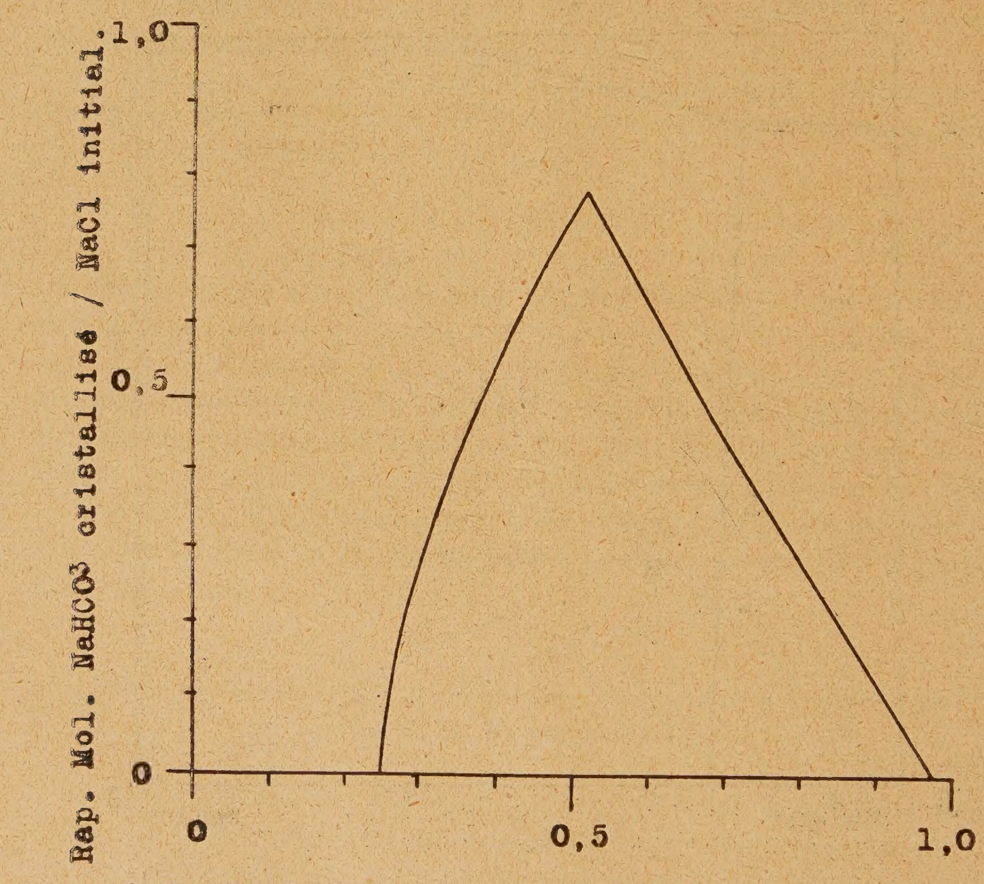


Fig. 2.

Tant que le point figuratif n'est pas arrivé en K, il se dépose exclusivement du bicarbonate. Pour avoir ce sel pur, il ne faut pas dépasser la concentration correspondant à ce point. Au delà, on aurait un dépôt simultané des deux bicarbonates d'ammonium et de sodium; le point figuratif suivrait alors la ligne KJ.

On calcule graphiquement la proportion de bicarbonate cristallisé au

moment où l'on atteint le point K, en employant la règle que j'ai indiquée précédemment ([1]). On joint le point K au sommet D du carré, puis par le point M on mène une parallèle à cette droite. Cette parallèle coupe le côté AD du carré au point N et le segment DN donne le nombre de molécules de bicarbonate cristallisé, la longueur du côté du carré représentant une molécule. On trouve ainsi une quantité de bicarbonate égale à $0^{mol},11$. Le rapport de ce nombre à la quantité initiale de chlorure de sodium mise en expérience, $0^{mol},32$, donne le rendement 0,345.

On peut, par la même méthode, calculer le rendement pour des mélanges de composition initiale quelconque. Dans le procédé habituel de fabrication de la soude, où l'on rejette chaque fois les eaux résiduaires après en avoir récupéré l'ammoniaque, les points figuratifs des divers mélanges mis en expérience se trouvent nécessairement sur la diagonale CD parce qu'il y a toujours égalité entre le nombre d'atomes de Na et de Cl, entre le nombre de molécules de NH^3 et CO^3H. Voici les résultats du calcul pour un certain nombre de mélanges. On a donné dans la première colonne l'indication de la quantité d'eau nécessaire pour dissoudre 1^{mol} du mélange salin mis en expérience et dans la dernière colonne la quantité d'eau nécessaire pour dissoudre 1^{mol} du mélange final.

Points du diagramme.	Eau pour 1^{mol} sel.	NaCl initial.	$NaHCO^3$ recueilli.	Rendement final.	Eau pour 1^{mol}.
	g				g
1 — L	280	0,238	0,000	0,000	280
2 — MK	400	0,320	0,110	0,345	240
3	450	0,384	0,200	0,522	210
4	490	0,446	0,300	0,673	165
5	505	0,500	0,370	0,740	140
6 — OJ	510	0,525	0,400	0,765	127
7	490	0,604	0,350	0,580	122
8 — QI	460	0,695	0,310	0,453	118
9	400	0,782	0,210	0,345	134
10	161	0,980	0,000	0,000	161

Ces valeurs du rendement ont été reproduites graphiquement sur la figure 2. On remarquera que le rendement maximum est placé au sommet d'un angle très aigu, de telle sorte que pour de très légers changements dans la composition initiale, dans un sens ou dans l'autre, le rendement diminue très rapidement. C'est là un point essentiel à prendre en considé-

---

([1]) *Loc. cit.*, p. 349.

ration dans la fabrication; il est indispensable de régler avec une très grande précision la composition des mélanges traités.

Le mode opératoire envisagé dans cette discussion ne correspond pas aux conditions de la pratique; on ne procède jamais par concentration de dissolutions initialement très diluées. On introduit au contraire les sels dans une quantité fixe d'eau, qui reste invariable pendant toute la cristallisation du bicarbonate. Au point de vue théorique peu importe, car l'état final d'un système en équilibre est indépendant des états intermédiaires par lesquels il est antérieurement passé. Cela suppose, bien entendu, que toutes les opérations sont rigoureusement réversibles, qu'il ne se forme pas, par exemple, de croûtes imperméables de bicarbonate de sodium sur des sels non encore dissous, qui seraient ainsi éliminés du champ de la réaction, comme cela peut se produire si l'on introduit les deux sels $NaCl$ et NH^4HCO^3 à l'état solide dans un volume donné d'eau. Pour éviter cet enrobage, il est indispensable de prendre les sels à un très grand état de finesse.

En faisant dissoudre 1^{mol} du mélange optimum dans 76^g d'eau, soit

	Molécules.	Poids.
		g
$NaCl$	0,525	29,2
NH^4HCO^3	0,475	39,5
	1,000	68,7
Dans eau	76^g	

on doit théoriquement retirer, à la température de 15°, 42^g de bicarbonate de sodium cristallisé. En faisant cette expérience, j'ai obtenu $41^g,8$. Le sel avait été lavé avec une solution saturée de bicarbonate pur.

Industriellement, on part en réalité d'une solution de chlorure de sodium plus ou moins voisine de la saturation, dans laquelle on fait dissoudre de l'ammoniaque provenant de la distillation des eaux résiduaires, puis on fait passer de l'acide carbonique de façon à obtenir le bicarbonate d'ammonium, qui réagit au fur et à mesure sur le chlorure de sodium.

Prenons le cas d'une solution saturée de chlorure de sodium renfermant 1^{mol} de ce sel, soit $58^g,5$ dans 163^g d'eau et ajoutons-y 1^{mol} d'ammoniaque, puis faisons passer l'acide carbonique à saturation. Il doit, d'après le Tableau précédent, se précipiter $0^{mol},74$ de bicarbonate. Il restera $2^{mol} - 0^{mol},74$, soit $1^{mol},26$ des différents sels dissous dans 163^g d'eau. Cela correspond pour 1^{mol} de sels à $163 : 1,26$, soit 130^g d'eau. Ce poids est

inférieur à la quantité nécessaire pour dissoudre les sels restants, quantité qui, d'après la dernière colonne du Tableau précédent, est de 140^g. Par conséquent, dans ce cas, le point K du diagramme sera dépassé et il se déposera, en même temps que le bicarbonate de sodium, une petite quantité de bicarbonate d'ammonium; pour éviter cet inconvénient, il faudrait ajouter au début un peu d'eau à la solution saturée de sel, employer au total, pour 1^{mol}, 175^g d'eau au lieu de 163^g.

Voici les résultats d'un calcul semblable pour les divers mélanges du Tableau précédent, en partant toujours de la solution saturée de 1^{mol} de NaCl. La première colonne donne la quantité d'eau finale, calculée pour 1^{mol} des sels restants, en supposant que la réaction a atteint la limite théorique précédemment indiquée et la seconde colonne donne la quantité d'eau qui serait nécessaire pour dissoudre réellement la quantité des sels restant finalement en présence :

Numéros et lettres.	Eau finale calculée.	Eau finale nécessaire.	Différence.
2 — MC	59	240	—181
3	79	210	—131
4	110	165	— 55
5	130	140	— 10
6 — OJ	143	127	+ 16
7	148	122	+ 26
8 — QI	163	118	+ 45
9	175	134	+ 41

Dans le cas des quatre premiers mélanges, il serait indispensable d'étendre la solution initiale de chlorure de sodium pour éviter le dépôt de bicarbonate d'ammonium. Pour les quatre derniers mélanges, au contraire, il faudrait ajouter à la solution saturée une certaine quantité de sel solide en excès pour obtenir le rendement théorique.

Ces conclusions ne peuvent pas être immédiatement soumises au contrôle de la pratique industrielle parce que la température est habituellement supérieure à 30° et parce que la carbonatation n'est jamais complète. Les expériences en cours permettront de compléter ultérieurement cette discussion.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Études sur la fermentation lactique. Le souvenir chez les microbes* (¹). Note de MM. **Charles Richet**, **Eudoxie Bachrach** et **Henry Cardot**.

I. En poursuivant nos études sur la fermentation lactique, nous avons été amenés à constater un phénomène imprévu, c'est que, lorsqu'une intoxication, même très légère et de courte durée, a touché un microbe, sa descendance s'en *souvient* longtemps après, quoiqu'elle soit depuis longtemps revenue en apparence à l'état tout à fait normal, au *statu quo ante*.

II. Voici comment se peut démontrer ce souvenir chez le ferment lactique.

Il peut y avoir souvenir pour l'accoutumance ou pour l'anaphylaxie.

Prenons d'abord le cas de l'accoutumance.

Celle-ci commence dès le premier passage (24 heures). Après avoir végété pendant 24 heures dans un bouillon de culture contenant de l'arséniate de K, le ferment est déjà quelque peu accoutumé; car, si on le fait végéter sur milieu arsénical, il pousse déjà plus activement que le ferment normal non accoutumé, et la différence est extrêmement nette.

Or cette différence, c'est-à-dire l'accoutumance à l'arsenic, se maintient pendant longtemps, même si l'on fait pendant longtemps pousser, sur milieu normal, ce ferment différencié.

On verra nettement cette persistance latente (souvenir) de l'accoutumance dans le graphique suivant (*fig.* 1).

Après passage de 24 heures sur milieu normal, le souvenir est très net. Après 9 et 15 jours de passages successifs sur milieu normal, et même après 30 jours de passages, c'est-à-dire 30 ensemencements successifs, le souvenir apparaît encore, quoique atténué. Ce chiffre de 30 ensemencements représente un nombre énorme de filiations qui, quoique ayant évolué dans un milieu normal, n'ont cependant pas oublié qu'une génération mère avait il y a longtemps subi l'action passagère de l'arsenic.

Ainsi il y a persistance héréditaire de la très courte et légère accoutumance à l'arsenic. Un mois (30 passages) ne suffit pas pour effacer le souvenir de 24 heures (1 passage).

(¹) Le mot *souvenir* ne signifie ici nullement, bien entendu, souvenir conscient. Il s'agit seulement de la mémoire cellulaire, organique, élémentaire, et sans conscience, qui est le retentissement prolongé d'une intoxication antérieure ancienne.

En outre, ce souvenir n'est pas celui de l'individu, mais de la race.

D'ailleurs, à tous points de vue autres que l'accoutumance à l'arséniate de K, le ferment est redevenu identique au ferment normal, et cela dès le premier passage.

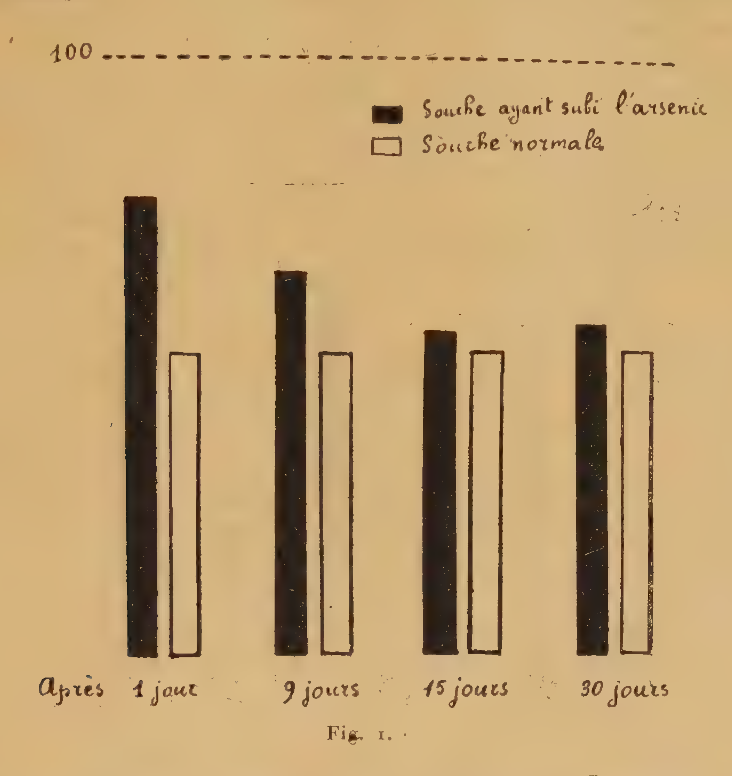


Fig. 1.

III. On peut mener la complication plus loin, et même très loin, c'est-à-dire intoxiquer le ferment non plus par un seul poison, mais par trois poisons à la fois. Même si cette intoxication ne dure qu'un temps très court (24 heures), le ferment garde, après des ensemencements successifs pendant une semaine et peut-être, pendant plus longtemps, le souvenir de *chacun* de ces trois poisons.

L'expérience suivante le prouve. Le ferment normal a été cultivé dans un bouillon contenant à la fois de l'arséniate de K, du sulfate de Cd, et du sulfate de Cu, à doses légèrement offensives. Puis on a ensemencé pendant 7 jours (c'est-à-dire par 7 ensemencements successifs) ce même ferment dans un milieu normal, et l'on a constaté qu'il se souvient à la fois, et très nettement, de l'arséniate de K, du sulfate de Cd et du sulfate de Cu.

Mais comme les sels de cuivre produisent la sensibilisation anaphylactique et non l'accoutumance, le souvenir pour les sels de cuivre se traduit par une

diminution de l'activité, tandis que pour l'arséniate de K et le sulfate de Cd qui donnent l'accoutumance, il y a accroissement d'activité.

Le graphique suivant (*fig.* 2) montre le phénomène dans toute sa netteté, et il se comprend sans légende explicative.

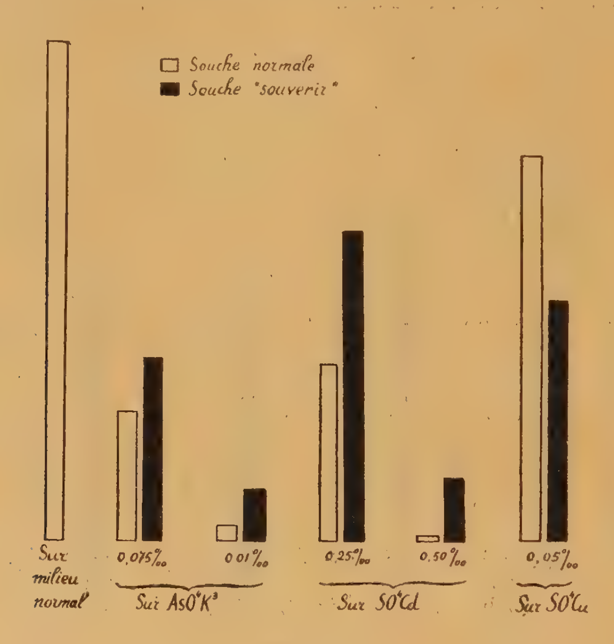


Fig. 2.

Ce qui rend cette expérience spécialement intéressante, c'est qu'elle prouve en toute évidence que le *souvenir* n'est nullement quelque maladie persistante du ferment, soit un affaiblissement, soit une exagération de sa vitalité. En effet, selon la nature des substances toxiques avec lesquelles il a été pendant 24 heures en contact, il est à la fois affaibli et activé. Il paraît affaibli pour le cuivre qui anaphylactise; il paraît activé pour le cadmium et l'arsenic qui accoutument. En réalité, en milieu normal, il n'est ni affaibli ni activé. Nulle autre modification n'apparaît que son accoutumance à certains poisons, et son anaphylaxie à d'autres.

IV. La conclusion qu'on en peut déduire au point de vue de la physiologie générale est très importante.

En effet, comme les ferments microbiens gardent longtemps le souvenir d'une intoxication aussi faible que passagère. il s'ensuit que chaque ferment ensemencé, pris à telle ou telle origine, est différent de tous les autres, puisque les origines ne sont pas identiquement les mêmes. Il a sa caracté-

ristique, son individualité (1). Il est lui-même, et non pas autre, de par son évolution antérieure, de par les milieux dans lesquels il a vécu, milieux qui n'ont jamais pu être identiques entre eux.

Notre individualité psychologique (c'est-à-dire notre personnalité) est évidente, de par nos souvenirs, nos volontés qui sont particulières à notre *moi*, et qui ne nous permettront pas de nous assimiler à quelque autre personnalité qui n'est pas nous-même. Il semble qu'il en soit de même pour l'individualité microbienne, comme aussi sans doute pour l'individualité de toute cellule vivante.

Autrement dit, il est prouvé par nos expériences que *lorsque deux cultures de microbes, de même espèce, ont vécu, même très peu de temps, dans des milieux même très peu différents, elles sont différentes l'une de l'autre.*

ÉCONOMIE INDUSTRIELLE. — *Sur le salaire parabolique.* Note de M. Ch. Lallemand.

Parmi les questions importantes dont l'industrie, dans les dernières décades, a dû se préoccuper, figure le mode de rémunération du travail.

Pendant longtemps, les seuls systèmes en usage ont été, d'une part, le *salaire au temps* (soit à l'heure, à la journée, au mois ou à l'année) et, d'autre part, le *salaire à la tâche*. Sous la pression de l'expérience, et en vue de mieux répondre aux conditions du problème, on a progressivement été conduit à substituer à ces deux systèmes, relativement simples, d'autres solutions un peu plus complexes.

Dans une Note sur les *Formules modernes de Salaire,* M. F. Bayle a passé en revue les divers procédés successivement essayés. D'après lui, le premier en date serait le système que, dès l'année 1888, c'est-à-dire il y a 34 ans, j'avais imaginé, sous le nom de *salaire parabolique*, pour la rémunération des opérateurs et manœuvres employés aux travaux du Nivellement général de la France. Il n'est peut-être pas inutile d'en indiquer sommairement ici le principe, avec les résultats pratiques obtenus.

En établissant le contrat de travail, le patron met en balance, d'une part, le salaire à payer et, de l'autre, le travail produit; de son côté, sciemment ou non, l'ouvrier compare ce même salaire avec l'effort correspondant à

---

(1) Nous disons *individualité* et non *personnalité;* car le mot personnalité implique la conscience.

dépenser par lui, effort qui, à chaque instant, toutes choses égales d'ailleurs et pour un même travail élémentaire, croît avec la fatigue de l'organisme à cet instant.

Le problème à résoudre était de concilier du mieux possible les divers intérêts en présence. Or, d'une part, le salaire au temps ne vise aucun des deux facteurs en cause : dépense d'énergie, pour l'ouvrier; rendement, pour le patron. Et, d'autre part, le salaire à la tâche, ne visant que le second de ces éléments, intéresse plus l'employeur que l'ouvrier.

J'ai imaginé une formule mixte, ayant pour objet d'assurer automatiquement à l'ouvrier une sorte de participation dans les bénéfices de l'entreprise. Cette formule est basée sur les considérations suivantes :

A. *Cas d'un travail individuel.* — Le salaire élémentaire dS, correspondant à un travail très petit dT, doit croître, ai-je dit, comme l'énergie dépensée à exécuter ce travail. Or cette dépense est proportionnelle, d'une part, à dT, et, de l'autre, à la fatigue des muscles au même moment, fatigue elle-même en rapport avec le travail T déjà accompli par l'ouvrier depuis son arrivée au chantier.

α étant un coefficient constant, on a donc la relation différentielle

$$dS = \alpha T\, dT,$$

dont l'intégrale est

$$S = S_0 + \frac{\alpha T^2}{2},$$

S_0 désignant le salaire minimum, payé même pour un travail nul. La courbe représentative du salaire, au lieu d'être une ligne droite comme dans le cas du travail à la tâche, est ici une parabole, d'où le nom donné au système.

Soient maintenant :

F, la part des frais généraux afférente à la période de temps (heure, jour, mois ou année) durant laquelle a été exécuté le travail T;
ϖ, le prix correspondant de revient de l'unité de travail.

On a

$$\varpi = \frac{F + S}{T} = \frac{F + S_0}{T} + \frac{\alpha T}{2}.$$

Les coefficients α et S_0 doivent être choisis de manière que, d'une part, dans les plus mauvaises conditions, l'ouvrier reçoive un salaire convenable, et que, d'autre part, le prix de revient diminue à mesure que le rendement augmente. Ceci exige que la dérivée $\frac{d\varpi}{dT}$ soit négative, tout au moins pour les

valeurs de T inférieures au rendement maximum T_m susceptible d'être atteint, dans les circonstances les plus favorables, durant la période considérée de temps.

Or on a

$$\frac{d\varpi}{dT} = -\frac{F+S_0}{T^2} + \frac{\alpha}{2}.$$

Pour que la condition précédente soit remplie dans tous les cas, il faut et il suffit que les coefficients α et S_0 satisfassent à la relation

$$\alpha \geqq \frac{2(F+S_0)}{T_m^2},$$

les frais généraux F étant ici évalués à leur minimum.

B. *Cas d'un travail collectif.* — La théorie précédente s'applique, sans difficulté, au cas d'un travail exécuté par une équipe formée d'agents de divers grades ou de diverses spécialités; mais, dans ce dernier cas, S représente le salaire global à partager entre les intéressés.

Voici comment on peut faire ce partage. Soient :

n_1, n_2, ... les nombres respectifs d'agents des 1[re], 2[e], ... catégories;
s_1, s_2, ... les salaires individuels correspondants;

s_1, s_2, ... doivent satisfaire aux deux conditions suivantes :

1° La somme des salaires partiels doit être égale au salaire global à répartir :

$$n_1 s_1 + n_2 s_2 + \ldots = S;$$

2° k_1, k_2, ... étant des nombres proportionnels aux salaires habituels, connus, des agents des diverses spécialités, on doit avoir :

$$\frac{s_1}{k_1} = \frac{s_2}{k_2} \ldots = \frac{n_1 s_1 + n_2 s_2 + \ldots}{n_1 k_1 + n_2 k_2 + \ldots} = \frac{S}{H},$$

H étant une nouvelle constante définie par la condition

$$H = n_1 k_1 + n_2 k_2, \ \ldots.$$

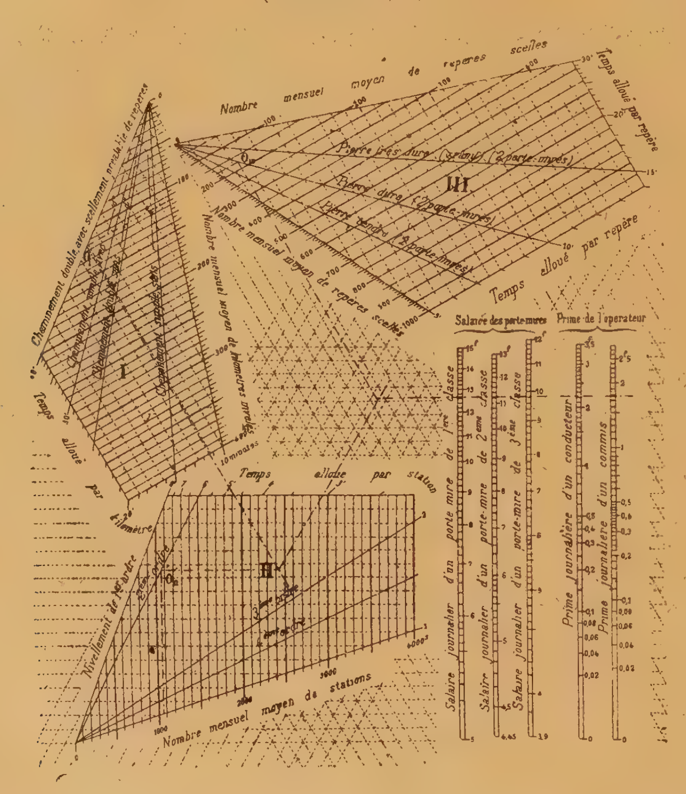
D'après cela, le salaire individuel des agents de chacune des catégories est une fraction constante du salaire global de l'équipe :

$$s_1 = k_1 \frac{S}{H}, \qquad s_2 = k_2 \frac{S}{H}, \qquad \ldots.$$

Il suffit donc de déterminer S comme dans le premier cas.

C. *Application au travail des équipes du Service du Nivellement général de la France.* — Ce travail étant évalué d'après le temps normal nécessaire

Abaque hexagonal servant au calcul des primes et salaires des opérateurs et porte-mires du Service du Nivellement général de la France.
(Échelle de 1/2.)



L'exemple représenté sur l'abaque répond aux données suivantes, pour un mois d'opérations : 114km de cheminements doubles, avec scellement préalable des repères [point O_I sur l'échelle I]; 1065 stations du niveau (nivellement de 2e ordre) [point O_{II} sur l'échelle II]; 170 repères scellés dans la pierre dure [point O_{III} sur l'échelle III].

1° Par chacun des points O_I, O_{II}, O_{III}, on a tracé une directrice parallèle aux lignes-guides ponctuées (...) entre lesquelles se trouve le point considéré;

2° Par le point de rencontre des deux directrices de O_I et de O_{II}, on a mené une parallèle aux lignes ponctuées constituant le troisième réseau de lignes-guides;

3° Par le point d'intersection de cette parallèle avec la directrice de O_{III}, on a tracé une horizontale coupant les échelles de salaires et de primes.

Sur ces échelles, à la rencontre de l'horizontale en question, on lit finalement le salaire journalier des porte-mires et la prime journalière de l'opérateur, savoir :

1° 12fr,65, 11fr,25 et 9fr,80, respectivement pour les porte-mires de première, deuxième et troisième classe;

2° 2fr,20, ou 1fr,80, pour la prime de l'opérateur, selon qu'il est conducteur ou commis des Ponts et Chaussées.

à son exécution, la théorie qui précède conduit à la formule suivante :

$$S = \frac{k}{H^2}\left[S_0 + \frac{(L\lambda + N\nu + R\rho)^2}{\beta}\right],$$

L représente le nombre mensuel moyen de kilomètres nivelés;
N, le nombre mensuel moyen de stations du niveau;
R, le nombre mensuel moyen de repères scellés;
λ, le nombre de minutes alloué par kilomètre nivelé (temps variable selon la nature des opérations : cheminement simple ou double, avec ou sans scellement préalable de repères);
ν, le nombre de minutes alloué par station du niveau (nombre variable avec l'ordre du nivellement);
ρ, le nombre de minutes alloué par repère scellé (nombre variable avec la dureté de la pierre dans la région);
θ', le temps mensuel total correspondant;
θ, le temps journalier moyen correspondant;
K, un coefficient égal à 9, 8 ou 7, suivant la classe du porte-mire;
H et β, deux constantes respectivement égales à $9^{f},44$ et à 108000.

Mon adjoint, M. Prévot, a traduit en un abaque hexagonal reproduit ci-contre, cette formule où figurent, en fait, onze variables, savoir : six données, L, N, R, λ, ν, ρ, et cinq inconnues, les salaires — d'avant-guerre — des trois classes de porte-mires et les primes des deux classes d'opérateurs.

Sur les trois échelles binaires I, II, et III correspondant aux trois éléments du rendement, on a tracé, une fois pour toutes, les droites correspondant aux temps unitaires alloués pour les diverses opérations élémentaires.

L'abaque est imprimé sur les feuilles même de paie, de manière à permettre aux intéressés d'y contrôler la correction du tracé des lignes conduisant à l'indication de leur salaire.

Avec ce nouveau mode de rémunération, le salaire des porte-mires qui, en 1884, réglé à la journée, ne dépassait pas $6^{fr},30$ en moyenne, s'est élevé à $12^{fr},25$ en 1888, pendant que, simultanément, le prix de revient kilométrique des nivellements de premier ordre s'abaissait, de 40^{fr} en 1884, à 33^{fr} en 1888.

M. A. de Gramont présente à l'Académie un Mémoire dont il est l'auteur, intitulé : *Sur l'emploi de l'analyse spectrographique en métallurgie : spectres de dissociation des aciers spéciaux*, extrait de la *Revue de Métallurgie*, numéro de février 1922.

Cette étude, accompagnée de planches spectrales, porte sur les aciers au nickel, au chrome, au cobalt, au molybdène, au tungstène, au vanadium et au titane. Les alliages examinés contenaient de deux à quatre de ces éléments réunis dans le même acier, sans que leur détermination rapide en fût rendue moins aisée.

CORRESPONDANCE.

M. A. **Schuster** adresse le programme des travaux de la deuxième assemblée générale du *Conseil international des Recherches*, qui se tiendra à Bruxelles, du 25 au 29 juillet prochain.

M. le **Ministre du Travail** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres qui occupera, dans la *Commission supérieure des Maladies professionnelles*, la place vacante par l'expiration des pouvoirs de M. *Widal*, rééligible.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Ministère des régions libérées. *Reconstitution foncière et cadastre. Emploi de la photographie aérienne aux levés cadastraux et aux levés géographiques.* Rapport sur les études techniques effectuées en 1919 et 1920 sous la direction de M. H. Roussilhe. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Nouvelle géographie universelle, par Ernest Granger, 1re Partie.

ALGÈBRE. — *Sur un théorème d'algèbre.* Note de M. **Paul Montel**.

1. M. Landau a démontré que l'équation trinome

$$1 + x + ax^m = 0$$

a toujours une racine dont le module ne dépasse pas 2 et que l'équation quadrinome

$$1 + x + ax^m + bx^n = 0$$

a toujours une racine dont le module ne dépasse pas un nombre inférieur

à $5\frac{2}{3}$. Il a posé la question de savoir si l'équation à $k+1$ termes

$$1 + x + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + a_{k-1} x^{m_{k-1}} = 0,$$
$$1 < m_1 < m_2 < \ldots < m_{k-1}$$

a toujours une racine dont le module est limité supérieurement par un nombre $\varphi(k)$ ne dépendant que du nombre des termes de l'équation (¹).

Dans une Note récente, M. Sarantopoulos a annoncé qu'il avait obtenu une démonstration algébrique de l'existence de ce nombre $\varphi(k)$ (²).

Je me propose d'énoncer ici une proposition faisant connaître la valeur tout à fait simple de $\varphi(k)$ et quelques généralisations de cette proposition.

On établit, par une voie très élémentaire, le théorème suivant :

L'équation à $k+1$ termes

$$1 + x + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + a_{k-1} x^{m_{k-1}} = 0,$$
$$1 < m_1 < m_2 < \ldots < m_{k-1}$$

a toujours une racine dont le module est inférieur ou égal à k. La valeur maximum de ce module n'est atteinte que pour les racines de l'équation

$$\left(1 + \frac{x}{k}\right)^k = 0.$$

2. Supposons que, au lieu de fixer le coefficient de x, on ait fixé, dans l'équation, le coefficient de la puissance x^p. On peut toujours, par le changement de x en λx, admettre que ce coefficient est égal à l'unité ; on a alors l'équation à $k+1$ termes

$$1 + a_1 x^{m_1} + a_2 x^{m_2} + \ldots + x^p + \ldots + a_{k-1} x^{m_{k-1}} = 0,$$
$$m_1 < m_2 < \ldots < p < \ldots < m_{k-1}.$$

Une équation à $k+1$ termes, dont le terme constant et le coefficient de x^p sont égaux à l'unité, a toujours une racine dont le module est inférieur ou égal à $\sqrt[p]{C_k^p}$, en désignant par C_k^p le nombre des combinaisons de k objets, pris p à p.

(¹) E. Landau, *Ueber den Picardschen Satz* (*Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, t. 51, 1906, p. 317-318). — *Sur quelques généralisations du théorème de M. Picard* (*Annales de l'École Normale*, 3ᵉ série, t. 24, 1907, p. 198-201).

(²) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 592.

3. Considérons maintenant l'équation à $k+1$ termes

$$1+x^2+a_1x^{m_1}+a_2x^{m_2}+\ldots+a_{k-1}x^{m_{k-1}}=0;$$
$$2<m_1<m_2<\ldots<m_{k-1},$$

nous pourrons ici donner une limite supérieure des modules de deux racines de l'équation qui ne dépendra que du nombre k et énoncer le théorème suivant :

Une équation à $k+1$ termes dont les deux termes de moindre degré sont 1 et x^2 a toujours deux racines dont le module est inférieur ou égal au nombre $\sqrt{\frac{k(k+1)}{2}}=\varphi$. Le module maximum n'est atteint que pour les racines des équations

$$\left(1\pm\frac{ix}{\varphi}\right)^k\left(1\mp\frac{kix}{\varphi}\right)=0.$$

Pour l'équation

$$1+x^p+a_1x^{m_1}+a_2x^{m_2}+\ldots+a_{k-1}x^{m_{k-1}}=0,$$
$$2<p<m_1<m_2<\ldots<m_{k-1},$$

j'ai obtenu des résultats moins précis.

Une équation à $k+1$ termes dont les deux termes de moindre degré sont 1 et x^p a toujours p racines dont le module ne dépasse pas un nombre fixe $\varphi(p,k)$, ne dépendant que de p et de k.

Je crois que l'on peut prendre $\varphi(p,k)=\sqrt[p]{C^k_{p+k-1}}$, mais je ne l'ai pas démontré rigoureusement.

4. Considérons enfin l'équation à $k+p$ termes

$$1+\alpha_1x+\alpha_2x^2+\ldots+\alpha_px^p+a_1x^{m_1}+\ldots+a_{k-1}x^{m_{k-1}}=0,$$
$$\alpha_p\neq 0,\quad p<m_1<\ldots<m_{k-1},$$

dans laquelle les nombres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ sont fixes. On établit la proposition suivante :

Une équation à $k+p$ termes dont les $p+1$ termes de moindre degré sont fixes et dont le coefficient de x^p n'est pas nul a toujours p racines dont les modules ne dépassent pas une limite $\varphi(p,k,\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_p)$ ne dépendant que des entiers p et k et des valeurs des coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$, des termes en x, x^2, …, x^p, le terme constant étant supposé égal à l'unité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations non linéaires aux dérivées partielles du second ordre du type elliptique.* Note de M. **Georges Giraud**.

Les propriétés énoncées dans ma dernière Note (¹) relative à l'équation du type elliptique

$$F\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}, \ldots, \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2}, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_m}, u, x_1, \ldots, x_m\right) = 0, \tag{1}$$

admettant la solution $u = 0$, appellent une rectification et peuvent recevoir quelques compléments.

Tout d'abord le contour C, sur lequel on donne

$$u = t\varphi(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{m-1}).$$

a été supposé suffisamment petit : or il est au moins plus simple de le supposer, en outre, convexe, et même à courbures principales en chaque point assez fortes. Ces conditions sont remplies si C est une hypothèse. Le rayon assez petit, cas auquel je me bornerai dans ce qui suit. Toute hypothèse sur le signe de F'_u devient alors inutile.

Le fait que la solution obtenue est analytique à l'intérieur du contour C ne s'apercevait pas directement sur les limitations données dans ma dernière Note. Pour éviter de recourir à d'autres considérations, par exemple aux raisonnements de M. Gevrey (²), on peut établir ce point comme il suit.

Supposons que l'hypersphère C de rayon a, sur laquelle on donne u, soit intérieure à une hypersphère D de rayon a', telle que F soit holomorphe quand $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ est dans D ou sur son contour, u et ses dérivées ne sortant pas d'un domaine $\mathfrak{E}$ assez petit et comprenant les valeurs

$$u = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \ldots = \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2} = 0.$$

Soit

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 = a'^2 \tag{2}$$

l'hypersphère D. Introduisons, au lieu de $x_1, x_2, \ldots, x_m$, des variables

(¹) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 543. J'ai changé en m le nom du nombre des variables, pour éviter la confusion avec le rang n des approximations successives.

(²) Maurice Gevrey, *Sur la nature analytique des solutions des équations aux dérivées partielles* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, t. 35, 1918, p. 129), où les résultats sont démontrés pour $m = 2$, et annoncés pour $m > 2$.

complexes

$$z_k = x_k + iy_k \quad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

et considérons le domaine linéairement connexe, comprenant l'intérieur de D, et limité par l'enveloppe des hypersphères

$$(3) \quad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 + y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_m^2 - 2y_1\eta_1 - 2y_2\eta_2 - \ldots - 2y_m\eta_m = a'^2,$$

où $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ sont des paramètres liés par la seule relation

$$(4) \quad \eta_1^2 + \eta_2^2 + \ldots + \eta_m^2 = b'^2.$$

Pour avoir l'enveloppe, on doit poser

$$(5) \quad y_k = \lambda\eta_k \quad (k = 1, 2, \ldots, m),$$

et λ est donné par l'équation

$$(6) \quad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 + (\lambda - 1)^2 b'^2 = a'^2 + b'^2;$$

la portion utile de cette enveloppe est celle qui satisfait aux inégalités

$$(7) \quad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 \leqq a^2, \quad \lambda \leqq 0.$$

Considérons le domaine analogue où a', b' sont remplacés par a et par le nombre b tel que $a'b = ab'$. Si a', b' et le rapport $a' : b'$ sont assez petits, le domaine complexe défini par les relations (5), (6), (7) peut être substitué au domaine réel de ma Note précédente; chaque fois qu'on passe d'une approximation à la suivante, on le remplace par un domaine plus petit, homothétique du précédent, et contenant toujours C à son intérieur. Les rapports successifs $(a' - a) : a$ tendent vers zéro et jouent un rôle analogue, dans les limitations, au nombre R de ma dernière Note. On prouve ainsi la convergence uniforme dans le domaine défini par les relations analogues à (5), (6), (7), où a', b' sont remplacés par a, b. *La limite est par suite holomorphe à l'intérieur de ce domaine.*

La démonstration s'appuie sur le fait que les caractéristiques des sphères

$$(8) \quad x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 + y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_m^2 - 2y_1\eta_1 - 2y_2\eta_2 - \ldots - 2y_m\eta_m = a^2$$

où les paramètres $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ sont liés par la relation

$$(9) \quad \eta_1^2 + \eta_2^2 + \ldots + \eta_m^2 = c^2,$$

c étant assez grand, peuvent être substituées au domaine réel dans la solution du problème de Dirichlet; en effet, le conoïde caractéristique de M. Hadamard, relatif à un point d'une de ces multiplicités, n'a alors absolument que ce point de commun avec la multiplicité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rôle de la loi de Gauss dans la théorie des erreurs.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

Le rôle de la loi de Gauss dans la théorie des erreurs s'explique par la loi des grands nombres, qu'on peut énoncer comme suit : *des erreurs indépendantes les unes des autres, très nombreuses et très petites, ont une somme qui obéit à la loi de Gauss.*

Depuis Bernoulli, Gauss, Laplace et Poisson, de nombreux auteurs ont montré l'importance de cette loi. Mais il ne semble pas qu'on ait donné de démonstration à la fois rigoureuse et ne s'appuyant que sur des hypothèses assez larges pour qu'on puisse aisément admettre qu'elles sont vérifiées en pratique. Poincaré n'a considéré que le cas où la fonction caractéristique $\varphi(z)$, valeur probable de $\cos zx + i \sin zx$, est développable en série de Taylor; mais sa méthode a une portée bien plus grande qu'il ne l'a indiqué. J'ai déjà donné des indications sur ce sujet dans mon cours de l'École Polytechnique, et je me propose d'y revenir avec plus de développements. J'indique seulement ici les hypothèses qu'il faut faire sur les lois de probabilité composantes pour arriver au résultat.

Désignons par $F(x)$ la probabilité pour que, dans une de ces lois, l'erreur soit inférieure à x, et supposons sa valeur probable (si elle est finie), ramenée à zéro par addition d'une constante. Il faut supposer :

1° Que les très grandes valeurs de l'erreur sont très peu probables; d'une manière précise que l'erreur quadratique moyenne m, définie par

$$m^2 = \int_{-\infty}^{-\infty} x^2\, dF(x),$$

soit finie et que, si petit que soit ε, on puisse déterminer un nombre c, le même pour toutes les lois composantes, tel qu'on commette sur l'intégrale précédente une erreur relative inférieure à ε en négligeant les valeurs de x supérieures à c.

2° Qu'aucune erreur ne constitue une fraction appréciable de l'erreur totale; d'une manière précise, que m^2 constitue une fraction inférieure à ε de la somme $M^2 = \Sigma m^2$.

L'importance de la deuxième condition est évidente. Pour mettre en évidence celle de la première, nous allons étudier le cas de lois pour lesquelles m soit infini.

Considérons d'abord la loi de probabilité définie par

$$(1) \qquad F'(x) = \frac{a}{\pi(x^2+a^2)}.$$

Elle jouit des propriétés suivantes : si deux erreurs obéissent à cette loi, avec des valeurs a et b du paramètre, l'erreur totale obéit à la même loi, avec la valeur $a+b$ du paramètre. Si n erreurs obéissent à cette loi, l'erreur totale obéit à la même loi, le paramètre devenant n fois plus grand (et non $\sqrt{n}$ fois, comme dans l'énoncé habituel de la loi des grands nombres). La précision ne peut pas être augmentée en prenant la moyenne de n mesures, à moins qu'on ne prenne le soin d'écarter, dans une proportion déterminée, les mesures ayant donné les plus grandes et les plus petites valeurs; sans cette précaution, l'influence de quelques mesures très défectueuses empêcherait d'obtenir une bonne évaluation de la quantité à mesurer.

Ces résultats peuvent s'étendre à d'autres lois. Si l'on cherche toutes les *lois stables*, c'est-à-dire tous les cas dans lesquels deux erreurs obéissant à des lois de même forme (c'est-à-dire se ramenant l'une à l'autre par un changement d'unité) ont pour somme une erreur obéissant à une loi de la même forme, on trouve pour la fonction caractéristique d'une telle loi

$$(2) \qquad \log\varphi(z) = -|az|^\alpha, \qquad (0 < \alpha \leqq 2).$$

Pour $\alpha = 2$, on a la loi de Gauss, et, pour $\alpha = 1$, celle définie par la formule (1). La relation entre les paramètres des lois composantes et celui de la loi résultante est

$$A^\alpha = \Sigma a^\alpha.$$

Si $\alpha > 1$, on peut développer une théorie de la compensation des erreurs identique à celle déduite de la loi de Gauss, à cela près que les poids des différentes mesures sont proportionnels à $a^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$. Si $\alpha \leqq 1$, cela n'est pas possible; pour $\alpha < 1$ la précision des mesures, au lieu d'augmenter si l'on remplace plusieurs mesures par leur moyenne, diminue.

Chacune de ces lois a un *domaine d'attraction* composé de lois de probabilité pour lesquelles elle joue le même rôle que la loi de Gauss pour les lois pour lesquelles m est fini. Ce domaine comprend les lois pour lesquelles la valeur probable de $|x|^p$ est finie si $p < \alpha$ et infinie si $p > \alpha$.

Indiquons enfin les circonstances qui se présentent si l'on compose des lois appartenant à plusieurs domaines d'attraction différents, par exemple p lois de la forme (1), avec le paramètre a, et q lois de la forme de Gauss,

avec le paramètre b. On trouve pour la loi résultante

$$\log \varphi(z) = -pa|z| - qbz^2,$$

d'où

$$\log \varphi\left(\frac{z}{p}\right) = -a|z| - \frac{qb}{p^2}z^2.$$

A la limite, si p et q sont du même ordre de grandeur, on trouve la loi définie par la formule (1). D'une manière générale, c'est la loi correspondant à la plus petite valeur de α qui l'emporte. Le résultat peut changer si p et q ne sont pas du même ordre de grandeur; on remarque en particulier dans l'exemple cité que si $q = cp^2$, on trouve à la limite la loi définie par

$$\log \varphi\left(\frac{z}{p}\right) = -a|z| - bcz^2,$$

qui n'est pas une loi stable. On peut être tenté de considérer comme évident qu'on ne peut obtenir à la limite qu'une loi stable. Cela n'est exact que si p et q sont du même ordre de grandeur, et, dans ce cas, la démonstration du fait énoncé est immédiate.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les espaces conformes généralisés et l'Univers optique.* Note de M. E. **Cartan**, présentée par M. Émile Borel.

D'après une définition générale donnée dans une Note précédente [1], un espace conforme généralisé est un espace qui jouit, au voisinage de chaque point, de toutes les propriétés de l'espace conforme et pour lequel on a une loi de repérage mutuel de deux systèmes de référence attachés à deux points infiniment voisins. Je rappelle que dans un espace conforme les seules propriétés intrinsèques des figures sont celles qui se conservent par une transformation conforme (déplacement, similitude, inversion ou combinaison de ces transformations); la notion de distance n'existe pas (tandis que celle d'angle subsiste); néanmoins on peut parler du rapport des longueurs de deux vecteurs infiniment petits issus d'un même point. Analytiquement, les transformations conformes sont les transformations les plus générales qui conservent l'équation obtenue en annulant une forme quadratique de différentielles à coefficients constants (l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 = 0$ pour l'espace conforme ordinaire). En relativité restreinte la propagation de la lumière se fait d'après l'équation $dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = 0$: cette équa-

---

(1) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 734-736.

tion définit un Univers conforme à quatre dimensions; les rayons lumineux jouent dans cet Univers le même rôle que les droites isotropes dans l'espace conforme ordinaire.

Les transformations conformes qui laissent invariant un point donné A forment un sous-groupe du groupe conforme : par une inversion de centre A ce sous-groupe se ramène au groupe des similitudes (déplacements et homothéties); en particulier les transformations qui, par l'inversion considérée, se réduisent aux translations, jouissent de la propriété de remplacer tout cercle passant par A en un cercle tangent; autrement dit, *elles conservent toutes les directions issues de* A; nous donnerons à ces transformations particulières le nom d'*élations*. En définitive, il résulte de ce qui précède que toute transformation conforme qui laisse fixe un point donné A peut se ramener : 1° à une homothétie de centre A; 2° à une rotation autour de A; 3° à une élation. C'est l'existence de ces élations qui distingue l'espace conforme de l'espace euclidien des similitudes dont l'Univers de H. Weyl peut être considéré comme une déformation (¹).

Cela posé, à tout espace conforme généralisé correspondra une équation obtenue en annulant une certaine forme quadratique de différentielles ; mais cette équation ne suffira pas pour définir l'espace généralisé, car elle ne donnera qu'une partie des éléments nécessaires au repérage mutuel de deux systèmes de référence attachés à deux points infiniment voisins. Quelle que soit cette loi, elle se traduira, pour tout contour fermé infiniment petit partant d'un point A et y revenant, par une transformation conforme infiniment petite associée à ce contour et qu'on pourra toujours décomposer : 1° en une translation; 2° en une homothétie de centre A; 3° en une rotation autour de A; 4° en une élation de centre A. L'espace conforme généralisé aura ainsi une courbure de translation ou torsion, une courbure d'homothétie, une courbure de rotation et une courbure d'élation.

L'équation obtenue en annulant le ds^2 de l'Univers d'Einstein définit une infinité d'espaces conformes généralisés. Les rayons lumineux seront les droites isotropes généralisées d'un de ces espaces si celui-ci est dénué de torsion.

A une équation $ds^2 = 0$ donnée correspondent une infinité d'espaces conformes généralisés dénués de torsion. Parmi tous ces espaces on peut en trouver un et un seul satisfaisant aux conditions supplémentaires suivantes :

1° Il n'a pas de courbure d'homothétie ;

(¹) *Loc. cit.*

2° Le tenseur de Ricci [1] est identiquement nul.

Il est évident que les propriétés géométriques de cet espace, qu'on pourrait appeler *normal*, sont liées d'une manière invariante à l'équation $ds^2 = 0$ donnée.

Si l'espace considéré est à $n = 3$ dimensions, la condition 2° entraîne la suppression de la courbure de rotation; toute direction issue de A reste invariante par le déplacement associé à un contour fermé quelconque partant de A et y revenant : on peut dire que toutes les directions issues d'un point sont *stables*. Si la seule courbure d'élation qu'admet l'espace normal vient elle-même à disparaître, l'espace est identique à l'espace conforme ordinaire.

Si $n > 3$, la condition 2° n'entraîne pas en général la disparition de la courbure de rotation. Mais si cette courbure est nulle, la courbure d'élation est aussi nulle d'elle-même et l'espace est identique à l'espace conforme proprement dit.

Le cas $n = 4$ est particulièrement important. Nous pouvons convenir d'appeler *Univers optique d'Einstein* l'espace conforme généralisé normal défini en annulant le ds^2 de l'Univers d'Einstein. C'est conformément aux propriétés géométriques de cet Univers optique que se fait la propagation de la lumière. La courbure de rotation de cet Univers est définie en chaque point par dix quantités scalaires, ou encore par une forme quadratique ternaire à coefficients complexes, qu'un changement du système de référence transforme par une substitution orthogonale. Au point de vue géométrique, la propriété suivante mérite d'être signalée. Il existe en chaque point A quatre directions *optiques* (c'est-à-dire annulant le ds^2) privilégiées. Elles sont caractérisées par la propriété que si AA′ est l'une d'elles, elle se conserve par le déplacement associé à un parallélogramme élémentaire admettant comme côtés AA′ et une autre direction optique *quelconque* issue de A. Dans le cas du ds^2 d'une seule masse attirante (ds^2 de Schwarzschild), ces quatre directions optiques privilégiées se réduisent à deux (doubles) : les deux rayons lumineux qui leur correspondent iraient au centre d'attraction ou en viendraient.

Une autre remarque intéressante est fondée sur la relation entre le tenseur de Ricci et le tenseur d'énergie. Elle peut se formuler de la manière suivante : *Dans toute région vide de matière, la courbure de l'Univers matériel d'Einstein est de la même nature géométrique que la courbure de rotation d'un espace*

(1) Cf. C. Bompiani, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 739.

conforme généralisé normal. C'est là un énoncé assez curieux de la loi de la gravitation d'Einstein.

Je signalerai en terminant une propriété intéressante du système d'équations différentielles qui définit les *cercles généralisés* d'un espace conforme généralisé normal. Si n est quelconque, on connaît sans intégration un multiplicateur de Jacobi de ce système. Mais si $n = 3$, on connaît en outre un invariant intégral linéaire relatif (ce qui ramène l'intégration à celle d'un système d'équations canoniques). Il est facile de donner une interprétation géométrique de cet invariant. Considérons un pinceau de cercles et une courbe fermée quelconque entourant le pinceau. Imaginons, dans l'espace conforme tangent attaché à chaque point M de cette courbe, les deux sphères (S) et (Σ), l'une tangente, l'autre normale à la surface latérale qui limite le pinceau, qui admettent un contact du second ordre avec le cercle généralisé passant par M. La sphère (S') attachée au point infiniment voisin M' fait avec la sphère (Σ) un angle très voisin de $\frac{\pi}{2}$, soit $\frac{\pi}{2} + \varepsilon$. L'intégrale des quantités ε étendue au contour fermé est indépendante de ce contour et ne dépend que du pinceau donné. Cette propriété, qui est naturellement vraie dans l'espace ordinaire, s'étend à tout espace normal à trois dimensions.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Étude des pertes par frottements dans les moteurs à combustion interne*. Note de M. **André Planiol**, présentée par M. G. Kœnigs.

L'étude de ces pertes a été entreprise dans l'espoir de dégager une loi régissant les variations, en fonction de la pression moyenne au diagramme développé, des frottements internes des moteurs à combustion.

Cette loi permettrait de déduire la valeur du rendement organique, pour une charge quelconque, de mesures mécaniques directes substituées aux méthodes méticuleuses et incertaines basées sur l'emploi de l'indicateur de Watt.

Il a été reconnu expérimentalement qu'une telle loi serait très bien représentée par la formule simple

$$C_f = a + b\,\Pi \qquad (1)$$

dans les cas étudiés jusqu'à présent.

Les expériences ont été poursuivies depuis deux ans sur un moteur

expérimental : monocylindrique à 4 temps, marchant au gaz de ville, construit par les ateliers de Winterthur : il développe 30 HP à 200 t : m avec une compression volumétrique

$$\frac{v + V}{v} = 7,0.$$

Ce moteur, de construction très soignée, et spécialement établi pour les recherches, a été progressivement muni de tous les dispositifs expérimentaux nécessaires.

Les procédés mis en œuvre ont été les suivants :

a. Mesure du rendement organique à l'indicateur et au frein de Prony.

b. Entraînement du moteur, tournant à vide, par différentes machines électriques étalonnées.

c. Mesure directe des résistances passives par la méthode cinétique due à M. le professeur Witz, amenée au plus haut degré possible de précision.

Ces deux dernières méthodes, l'une recoupant l'autre, ont en outre conduit à l'étude des variations de C_f en fonction de la vitesse d'une part, et d'autre part en fonction de la température de l'eau de refroidissement, étroitement liée à la température de paroi du cylindre, et, par suite, aux conditions de graissage du piston, celle-ci rendue nécessaire par l'influence prépondérante de cette température de l'eau sur les variations de C_f obligeant au calcul de corrections de température.

Enfin la méthode de mesures directes à l'indicateur a donné d'excellents résultats grâce à la vitesse de rotation modérée du moteur, grâce aussi au soin extrême apporté à l'élimination des erreurs systématiques accumulées dans ces mesures.

Ces erreurs sont de toutes sortes, venant tant de l'indicateur lui-même (jeux du mécanisme amplificateur, lancés dynamiques et surtout frottements de tout l'appareillage mobile) que de ses commandes de mouvement (jeux, longueur excessive des cordes, défaut de similitude des mouvements), tant enfin que de la communication de l'indicateur avec le cylindre moteur (pulsations de la colonne gazeuse, résistances de passage excessives).

Cette dernière source d'erreurs systématiques a pu être mise en évidence d'une façon complète par un dispositif nouveau de tampons interchangeables munis de canaux de passage de profils variés dont est muni le moteur expérimental.

Les erreurs accidentelles ont été éliminées dans la mesure du possible

par l'usage de plusieurs indicateurs différents, employant des pistons et ressorts très variés, ainsi que par la mise en œuvre de plus d'un millier de diagrammes, portant sur près de dix mille cycles moteurs.

L'ensemble des résultats ainsi obtenus a confirmé d'une façon excellente les vues qui ont guidé ces travaux, et a montré que le couple résistant de frottement du moteur expérimental exprimé en kilogrammètres pouvait être mis sous la forme

$$C_f = 16 + 4.5\,\Pi. \tag{2}$$

En aucun cas la différence entre les résultats expérimentaux et les valeurs fournies par cette formule n'atteint un kilogrammètre de couple.

Le couple moteur indiqué maximum C_{im} de ce moteur étant de 140^{kgm} environ on voit que l'erreur n'excède presque jamais un demi pour cent sur le rendement organique, résultat qu'il eût peut-être été téméraire d'escompter *a priori*.

Afin de pouvoir comparer entre eux les résultats relatifs à des moteurs de puissance différente, il est désirable de transformer la formule (1) afin de rendre à ses coefficients le même degré de généralité qu'au rendement organique. Il suffit pour cela de diviser lesdits coefficients par C_{im} et d'écrire

$$C_f = C_{im}\,(\alpha + \beta\Pi). \tag{3}$$

Dans ces conditions, la formule (2) devient

$$C_f = 140\,(0,114 + 0,032\,\Pi). \tag{4}$$

Mais il importe de contrôler la généralité de ces résultats.

Ce travail, récemment entrepris, se poursuit actuellement par des essais faits en usine sur des moteurs industriels, par les méthodes indiquées dans ma Note du 6 mars et rappelées ci-dessus, du moins par celles qui sont applicables à chaque cas particulier.

Chacun de ces essais est évidemment beaucoup moins complet et beaucoup moins sûr que ceux faits sur le moteur expérimental, mais la vérification cherchée finira par se dégager de l'accumulation des documents ainsi obtenus.

Voici, à titre d'indication, les coefficients relevés sur un moteur S.M.I.M. de 35 chevaux à 220 t:m au gaz pauvre :

$$\alpha = 0,115, \quad \beta = 0,033 \tag{5}$$

d'autant plus remarquablement concordants avec ceux de la formule (4)

que ce moteur, incomplètement rodé lors de l'essai, présentait certainement des frottements plus grands qu'une machine usagée.

On voit donc que, si les résultats obtenus par la suite restent aussi favorables, la présente étude aura atteint son but pratique en instituant une méthode permettant de *calculer le rendement organique des machines à combustion sans avoir directement recours à l'indicateur.*

Il n'est pas inutile de faire remarquer que si les mesures nécessaires au calcul de la pression moyenne au diagramme développé Π et du couple de transvasement C_t entraînant l'emploi de l'indicateur, ces mesures se font dans des conditions de précision infiniment plus favorables que dans le calcul des pertes par différence entre le travail indiqué et le travail effectif.

Il résulte en effet des phénomènes mis en jeu que, pour la mesure de la pression moyenne ou diagramme développé, la principale cause d'erreur, due aux frottements de l'indicateur, n'influe guère sur le résultat, et que dans la mesure de C_t elle n'affecte qu'un terme correctif toujours petit par rapport à C_f.

Si donc l'application de la méthode exposée ici rencontre dans la pratique des difficultés, celles-ci ne sauraient provenir de l'emploi de l'indicateur, source principale des erreurs dans la mesure du rendement organique par la méthode habituelle.

C'est en partie à cause de ce fait qu'il a paru intéressant de la signaler.

TOPOGRAPHIE. — *Sur les applications de la photographie aérienne et de l'appareil de photorestitution.* Note de M. **H. Roussilhe**, présentée par M. Ch. Lallemand.

J'ai montré [1] comment on peut transformer les clichés pris en avion en *carte précise*, en effectuant d'abord un redressement photographique à l'aide d'un appareil spécial, et en transformant ensuite ce redressement (perspective conique) en plan (projection orthogonale), par l'intermédiaire des corrections de relief si celui-ci est connu. Lorsque le nivellement du terrain est inconnu, on se sert des redressements de plusieurs vues photographiques de la même région, et l'on détermine la planimétrie et le relief comme en topographie régulière, par la méthode des *intersections*.

Les difficultés d'application pratiques sont nombreuses : la présente Note

---

(1) *Annales hydrographiques*, 1917.

a pour but de montrer comment elles ont été résolues, après construction et étude expérimentale de l'appareil de photorestitution. Les essais ont porté sur l'emploi des objectifs de $0^m,50$ pour la rédaction des plans cadastraux au $\frac{1}{2000}$.

1° Le redressement photographique ne déforme pas la perspective du terrain si l'*image du plan du cliché est un plan*. Après étude de la profondeur et de la courbure du champ, on a constaté que l'image du cliché est entièrement au point sur l'écran de projection, placé dans les conditions théoriques, si l'on opère *à demi-diaphragme* (ouverture $f:11$), et si l'on agrandit le cliché original au moins une fois et demie.

2° La projection photographique est assimilable à une perspective conique vue du point nodal d'émergence de l'objectif, si la *distance des points nodaux* est inférieure à l'écart probable de mise au point sur l'écran, ce qu'on vérifie expérimentalement pour la plupart des objectifs de $0^m,50$ (Krauss, Zeiss, Lacour-Berthiot).

3° L'image photographique obtenue par redressement est nette dans toute son étendue et est identique à une perspective géométrique si l'*agrandissement* des clichés varie entre 1,5 et 2,5 et si l'objectif n'a pas de *distorsion* dépassant $0^{mm},05$ à 12^{cm} du centre de plaque. Cette dernière condition est vérifiée expérimentalement pour les objectifs courants de $0^m,50$. On peut donc redresser exactement et agrandir à l'échelle du $\frac{1}{2000}$, (à $0^{mm},1$ près environ) les clichés pris à une *altitude* comprise entre 1500^m et 2500^m.

4° Dans ces limites d'emploi, la *longueur focale* principale f, donnée par l'équation caractéristique simple $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$, est pratiquement *constante*. Les *abaques* établis, en appliquant la théorie des lentilles minces, pour la détermination des coordonnées de l'avion au moment de la prise du cliché, sont donc applicables, sous réserve des corrections à faire subir aux résultats lorsque la longueur focale f s'écarte notablement de $0^m,50$.

5° Enfin le redressement photographique doit être effectué sur un *support indéformable* pendant les manipulations au laboratoire et le séchage. On emploie à cet effet, soit des *cadres tenseurs*, soit des papiers sensibles *collés à froid* sur une plaque de verre, permettant l'exploitation ultérieure par transparence.

Ces conditions nécessaires étant réalisées, la théorie indique les résultats suivants, vérifiés par *les expériences de* 1919-1920 :

A. Le redressement photographique du terrain est une vue perspective dont les éléments *inconnus* sont : la position de l'avion, la direction de la

ligne de vol et l'inclinaison du cliché au moment où celui-ci a été pris. L'appareil de photorestitution permet de déterminer ces inconnues (en moyenne en 25 *minutes*), la seule quantité à connaître étant la longueur focale de l'objectif employé pour la prise des photographies. On utilise d'autre part, dans l'appareil de restitution, un objectif *à peu près* identique à celui de l'avion.

La méthode de restitution est la suivante : on fait coïncider les images, projetées sur l'écran, de trois points de repère du cliché, avec les positions géodésiques de ces points, portées sur l'écran (dans un système de représentation conservant les longueurs à l'approximation de $\frac{1}{10}$ de millimètre au plus).

La position normale de restitution s'obtient après une première approximation permettant de tenir compte des différences d'altitude des repères.

On agit successivement sur les distances de mise au point (p et p') et sur les angles (α, α') du cliché et de l'écran de projection, avec l'axe principal de l'appareil (ligne joignant le centre de plaque du cliché au point nodal d'émergence de l'objectif).

D'autre part, *le cliché tourne dans son plan* (recherche de la direction des lignes de plus grande pente du cliché) et l'objectif est *décentré*, par basculement autour du point nodal d'émergence, afin d'assurer la correspondance exacte des plans conjugués.

On prend alors une épreuve photographique de l'agrandissement redressé.

B. On mesure sur l'appareil les longueurs p, p' et les angles α, α', et l'on en déduit, *en moins d'une minute* (par simple lecture des abaques), l'inclinaison t du cliché (à $0°,5$ près au plus), le pied v de la verticale de la station photographique et l'altitude A, ces deux éléments *à moins de* 10^{m} *près* si le cliché est pris entre 1500^{m} et 2500^{m}.

C. Si alors on combine plusieurs clichés en traitant les stations photographiques comme des stations topographiques ordinaires, on obtient, par *intersections*, les positions planimétriques, en moyenne *à* $\frac{1}{10}$ *de millimètre près*, soit, à l'échelle du $\frac{1}{2000}$, *à* $0^{m},20$ *près*. Les altitudes sont déterminées à $0^{m},50$ près seulement.

D. Enfin, le plan cadastral ainsi obtenu coïncide, à $\frac{1}{10}$ de millimètre près, avec *un plan dressé par les méthodes ordinaires de la topométrie*.

Si l'on observe que les résultats obtenus jusqu'à ce jour sont légèrement viciés par les déformations inhérentes aux clichés, pris avec des *obturateurs de plaques* à vitesse faible par rapport à celle de l'avion, on est en droit d'espérer une approximation juste de l'ordre de l'approximation finale des positions du canevas géodésique, c'est-à-dire une méthode nouvelle d'un rendement parfait en qualité, d'un rendement considérable en quantité.

Pour terminer je ferai observer que la photorestitution des clichés aériens est actuellement considérée comme le seul procédé précis et pratique pour

le contrôle des enregistreurs de direction et d'altitude en avion, l'étude de la stabilité de vol, celle des appareils de lancement de bombes, etc. Cette méthode est donc susceptible de très intéressantes applications en navigation aérienne, civile ou militaire.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Sur un nouveau wattmètre.* Note [1] de M. H. CHAUMAT.

Les wattmètres des types Zipernosky, Carpentier, etc. (à couple de torsion appliqué de l'extérieur pour ramener la bobine mobile à sa position d'équilibre primitive) ont pour eux l'avantage d'une grande sécurité théorique : ils sont rigoureusement proportionnels dans les limites où le couple de torsion d'un ressort est proportionnel à l'angle de torsion. Il en résulte une grande facilité de construction puisque la graduation peut être faite *a priori* et une simplicité d'étalonnage très grande aussi puisqu'on peut se borner à déterminer un point. Ils présentent par contre un inconvénient très grave en ce que les moindres vibrations extérieures amorcent des oscillations de l'aiguille qui rendent incertaine la position d'équilibre. Ces vibrations extérieures sont surtout dues à l'intervention directe de l'observateur qui tourne le tambour de torsion : dans le cas d'un régime peu constant, cette intervention est de chaque instant et la précision de la lecture devient médiocre même entre les mains d'opérateurs exercés.

Ceci explique la grande faveur dont jouissent à l'heure actuelle les wattmètres à lecture directe surtout si le système mobile est pivoté et non suspendu et si le couple de torsion est donné par des spiraux et non par des ressorts en hélice. Mais ces appareils nécessitent une graduation particulière à moins qu'ils ne répondent à une condition qui en fait des appareils proportionnels; c'est le cas du wattmètre de Siemens et Halske.

Cette condition est la suivante :

Soit M le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits du wattmètre. Soit α l'angle des deux plans d'enroulement de ces deux circuits. La valeur du couple électrodynamique développé par deux courants I et i est

$$\mathrm{I}\,i\,\frac{d\mathrm{M}}{d\alpha}.$$

---

[1] Extraite d'un pli cacheté reçu dans la séance du 20 février 1905 et inscrit sous le n° 6959.

Ce couple est équilibré par un couple de torsion $C\beta$ (β angle de torsion du ressort, angle ayant une origine quelconque).

On voit que si Ii est proportionnel à P (cas des wattmètres où P représente la puissanee à mesurer) et si d'autre part

$$\frac{dM}{d\alpha} = \text{const.},$$

β *sera proportionnel à* P.

Pour qu'un appareil à lecture directe soit à indications proportionnelles, il faut donc que M soit une fonction linéaire de l'angle α.

Or cette condition ne peut être remplie que d'une façon approximative par des artifices de construction.

Un cas particulier où cette condition serait rigoureusement remplie et où de plus on aurait à toutes charges $M = 0$ serait très intéressant d'abord pour la proportionnalité et aussi parce qu'il n'y aurait pas de correction variable avec la charge provenant de $M \neq 0$ dans l'emploi de l'appareil en courant alternatif.

Le dispositif ci-après réalise ces deux conditions :

L'équipage mobile à fil fin a la forme d'un cadre rectangulaire D; il est pivoté entre pierres et la position d'équilibre ainsi que le couple de torsion sont assurés par deux ressorts spiraux R bandés l'un contre l'autre. Ces ressorts sont attachés d'une part à l'axe et d'autre part à un point fixe du socle. Cet équipage porte une aiguille A mobile sur un cadran divisé en parties égales E.

Le circuit à gros fil S (circuit des ampères du wattmètre) porte un enroulement à forte section et les deux extrémités du circuit aboutissent à deux bagues C et C′ sur lesquelles frottent deux balais B et B′. Ce circuit n'est pas fixe; on peut le faire tourner à la main à l'aide de la manette M autour de l'axe de rotation du circuit D; il porte un index I.

On procède ainsi : l'appareil étant mis en service, on amène l'index I en regard de l'aiguille A. On lit alors l'angle de déviation de A sur le cadran, soit β.

La coïncidence entre l'aiguille A et l'index peut être assurée de façon grossière. Si α est l'angle d'écart entre ces deux index, le coefficient d'induction mutuelle est de la forme

$$M = M_0 \sin\alpha,$$

(l'index A étant perpendiculaire au plan d'enroulement de D, l'index I dans le plan d'enroulement de S).

Le couple électrodynamique est donc de la forme

$$KM_0 \cos\alpha = KM_0\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right).$$

Pour des angles d'écart de 5 à 6 degrés d'un côté ou de l'autre, ce couple variera de $\frac{1}{200}$ de sa valeur moyenne.

En résumé, ce dispositif et cette façon d'opérer présentent les avantages suivants :

1° M nul à toutes charges (pas de correction en courant alternatif);

2° Proportionnalité rigoureuse;

3° L'intervention de l'opérateur se borne à faire tourner des pièces *massives* bien centrées; il n'y a donc pas d'oscillations à craindre : on n'agit pas sur les points d'attache des ressorts;

4° En cas de régime légèrement variable l'opérateur peut ne pas intervenir puisqu'on peut tolérer pour α une amplitude de 10° à 12°;

5° L'emploi de l'instrument peut s'admettre jusqu'à des angles de près de 360° (au moins trois fois l'amplitude de la graduation des appareils à lecture directe). Pour la clarté de la figure, la manette M a été placée du côté opposé à la potence de support du pivotage. Rien n'empêche de la mettre de l'autre côté et l'on pourrait d'ailleurs imaginer de très simples dispositifs permettant plus d'un tour si les ressorts restent proportionnels.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cinétique des solutions alcalines d'iode.* Note de M. O. **Liévin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'iode réagit sur les solutions alcalines pour donner finalement un iodate; mais il se forme d'abord un produit instable. Schönbein [1] signala le fait, et admit l'existence d'un hypoïodite, analogue à l'hypochlorite.

On représente d'ordinaire le phénomène par les deux équations :

(I) $I^2 + 2KOH \rightarrow KI + IOK + H^2O,$

(II) $3I^2 + 6KOH \rightarrow 5KI + IO^3K + 3H^2O.$

La deuxième réaction serait lente et totale, mais la première est réversible et équilibrée, comme l'a montré M. Péchard [2].

---

[1] Schönbein, *Journ. für prakt. Chemie*, t. 84, p. 385.

[2] Péchard, *Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 1453.

Appelons, avec cet auteur :

I_1 l'iode ayant réagi suivant (I),

I_2 l'iode ayant réagi suivant (II),

I_3 l'iode resté libre.

I_1 et I_3 ne peuvent être dosés avec exactitude, car tout réactif agissant sur l'iode ou l'hypoïodite déplace l'équilibre ([1]); mais il est facile de déterminer avec grande précision I_2, c'est-à-dire la proportion d'iodate, si l'on a d'abord détruit I_1 et I_3 par un réactif approprié. On peut employer à cet effet l'hyposulfite de soude, l'anhydride arsénieux ou l'eau oxygénée.

Étudions l'évolution des mélanges d'iode et de divers alcalis.

Voici les résultats obtenus avec la soude :

Soit le système $0{,}005\,I^2 + 0{,}02\,KI + a\,NaOH$.

Si $a > 0{,}01$, l'iode libre disparaît très vite, d'autant plus vite que a est plus grand; l'hypoïodite disparaît aussi complètement au profit de l'iodate, mais il persiste plus longtemps s'il y a plus de soude. Voici le temps τ au bout duquel, à 13°, la formation d'iodate est à moitié terminée :

a (mol. par litre)...	0,014	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10	0,20	0,40
τ (minutes)........	<1	<2	<4	5	8	15	30	48

L'influence de l'iodure est aussi importante que celle de la soude : ce sel accélère considérablement la formation d'iodate, comme le montre le Tableau suivant :

Mélanges : $0{,}005\,I^2 + b\,KI + 0{,}20\,NaOH$ à 10°.

b (mol. par litre).........	0,03	0,06	0,11	0,21	0,41
τ (minutes)..............	35	18	13	7	4

Nous retrouvons ainsi un résultat important, signalé par Forster et Gyr ([2]), puis par Skrabal ([3]), et assez inattendu : *l'iodure est le produit d'une réaction qu'il catalyse; la soude retarde une réaction où elle est consommée.*

Il est évident, d'après cela, que le mécanisme de la transformation n'est pas simple. Comme dans toutes les réactions d'ordre élevé, la dilution fait baisser la vitesse. Voici la valeur de τ à 13° pour les systèmes répondant à la composition :

([1]) Bougault, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 949, et *J. Ph. et Ch.*, 7e série, t. 16, 1917, p. 33.

([2]) Forster et Gyr, *Zeit. f. Elektrochemie*, t. 9, 1903, p. 1.

([3]) Skrabal, *Monat. f. Chem.*, t. 28, 1907, p. 319.

$\alpha[0,005\,I^2 + 0,02\,KI + 0,20\,NaOH]$.

Valeur de α	2	1	0,5	0,25
Valeur de τ	16	30	55	120
Produit $\alpha\tau$	32	30	27,5	30

La constance du produit $\alpha\tau$ semble indiquer qu'il s'agit d'une réaction bimoléculaire.

En remplaçant la soude par la potasse, on obtient des résultats en tous points analogues; par contre, les mélanges d'iode et de carbonate ou phosphate tribasique de soude présentent une évolution toute différente.

L'addition d'alcali accélère maintenant la formation d'iodate; l'iodure, au contraire, la retarde.

Enfin la dilution fait croître la vitesse de réaction : c'est là un *fait nouveau* que les chiffres suivants mettent en évidence :

Système : $\alpha[0,005\,I^2 + 0,12\,KI + 0,10\,CO^3Na^2]$ à $18°,5$.

Valeur de α	2	1	0,5
Valeur de τ	50^{min}	11^{min}	3^{min}

Il est à remarquer que, dans tous les cas, la concentration en iodate influe à peine sur la vitesse de transformation de l'iode en iodate : cela confirme bien que cette transformation est intégrale et illimitée.

Conclusion. — En milieu alcalin, l'iode se transforme en iodate par des mécanismes bien différents suivant le degré d'alcalinité. L'alcali, l'eau, l'iodure influent sur la réaction tantôt pour l'accélérer, tantôt pour la retarder, et l'on peut constituer des milieux dont l'évolution est indépendante de ces facteurs, en mélangeant convenablement des bases fortes et des bases faibles.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la préparation du bicarbonate de sodium.* Note de M. E. Toporescu, présentée par M. H. Le Chatelier.

La fabrication de la soude à l'ammoniaque n'a été jusqu'ici l'objet, malgré sa grande importance industrielle, que de publications scientifiques très incomplètes. L'Ouvrage classique de Schreib [1] fournit la description

[1] Schreib, *Traité de la fabrication de la soude par le procédé à l'ammoniaque* (Traduction de L. Gauthier. — Béranger, éditeur).

Depuis la rédaction de cette Note, j'ai eu connaissance d'un travail sur le même sujet de Janecke (*Zeit. f. ang. Chem.*, t. 20, 1907, p. 1559). Je crois cependant devoir publier le résultat de mes recherches, parce qu'ils ne confirment pas seulement ceux de Janecke, mais aussi les complètent.

détaillée des procédés techniques, mais aucun renseignement précis sur les équilibres auxquels donne lieu la réaction chimique qui sert de base à toute cette industrie :

$$NaCl + NH^4HCO^3 = NaHCO^3 + NH^4Cl.$$

Je me suis proposé de combler cette lacune en déterminant à différentes températures les conditions d'équilibre de chacun de ces quatre sels avec leurs solutions saturées. Je donne aujourd'hui les résultats relatifs à la température de 15°.

Les différents sels, mis en contact avec une quantité d'eau insuffisante pour les dissoudre en totalité, étaient placés dans un thermostat et le mélange était maintenu pendant six heures en agitation au moyen d'une hélice. Ce temps est bien supérieur à celui qui est strictement nécessaire pour atteindre la saturation. On laissait ensuite reposer pendant une heure et l'on prélevait avec une pipette un certain volume de la solution clarifiée.

Les nombres donnés ci-dessous sont chacun la moyenne de trois prises. Les écarts entre les mesures ne dépassaient pas généralement les erreurs imputables aux pesées ou aux mesures volumétriques. En cas de divergences plus importantes, de nouvelles analyses ont été faites de façon à n'utiliser pour la moyenne que des nombres concordants. Le Tableau ci-dessous résume les résultats ainsi obtenus à la température de 15°.

Composition des solutions saturées à 15°.

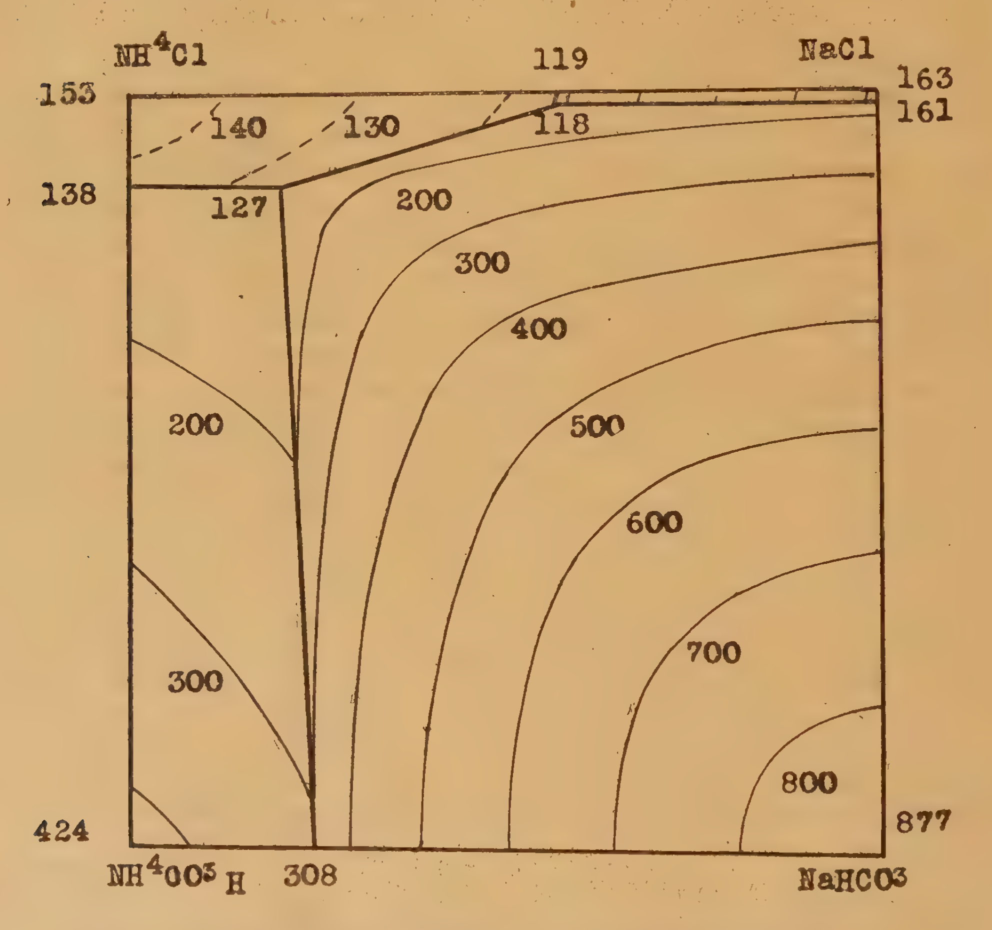
Sels solides en présence de la solution saturée.	Grammes pour 100 d'eau.				Nombre de molécules dans 1^{mol} de mélange.				Grammes d'eau dissolvant 1^{mol} de mélange.
	ClNa.	ClNH⁴.	CO³HNa.	CO³HNH⁴.	ClNa.	ClNH⁴.	CO³HNa.	CO³HNH⁴.	
ClNa	35,7	"	"	"	1	"	"	"	163,3
ClNH⁴	"	35,1	"	"	"	1	"	"	152,8
CO³HNa	"	"	8,9	"	"	"	1	"	876,8
CO³HNH⁴	"	"	"	18,4	"	"	"	1	424,1
ClNa + ClNH⁴	27,2	20,3	"	"	0,55	0,45	"	"	118,5
ClNa + CO³HNa	35,7	"	1,05	"	0,98	"	0,02	"	161,4
CO³HNa + CO³HNH⁴	"	"	6,2	19,6	"	"	0,23	0,77	307,7
CO³HNH⁴ + ClNH⁴	"	35,4	"	7,02	"	0,88	"	0,12	138,3

Composition des solutions aux deux points triples.

Sels solides en présence de la solution saturée.	Grammes pour 100 d'eau.				Nombre de molécules dans 1^{mol} de mélange.				Grammes d'eau dissolvant 1^{mol} de mélange.
	Na.	NH⁴.	Cl.	CO³H.	Na.	NH⁴.	Cl.	CO³H.	
ClNa + ClNH⁴ + CO³HNa	10,5	6,6	29,3	1,2	0,54	0,46	0,97	0,03	118,1
ClNH⁴ + CO³HNH⁴ + CO³HNa	3,4	11,2	24,5	5,9	0,22	0,78	0,87	0,13	126,6

Indépendamment de ces déterminations, quelques mesures ont été faites sur des mélanges en proportions variables des deux sels $NaHCO^3$ et NH^4Cl, de façon à mieux préciser la courbure de la surface de solubilité du bicarbonate de sodium.

Nous avons représenté nos mesures au moyen du diagramme carré de M. H. Le Chatelier (voir figure).



L'examen de ce diagramme permet de se rendre immédiatement compte de la composition des solutions qui peuvent par évaporation laisser précipiter du bicarbonate de sodium pur. Les points figuratifs de ces compositions correspondent à la très grande surface comprenant le sommet du carré marqué $NaHCO^3$. Sur les lignes du diagramme, il se précipiterait au contraire un mélange des deux sels, dont les domaines viennent se couper sur cette ligne. On peut enfin calculer par la règle donnée par M. Le Chatelier

la quantité des différents sels qui cristallisent, quand on soumet à une évaporation progressive une solution de composition initiale donnée.

Je poursuis des mesures relatives aux températures de 35° et de 50°, températures qui se rapprochent davantage des conditions de la pratique industrielle et ne semblent pas encore avoir fait l'objet de recherches complètes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la décomposition catalytique de l'acide oléique.* Note [1] de M. **Alphonse Mailhe**, transmise par M. Paul Sabatier.

J'ai montré antérieurement [2] que la décomposition catalytique des huiles végétales sur cuivre-magnésie ou cuivre-alumine, conduit à des produits liquides partiellement incomplets qui sont transformés, par hydrogénation sur nickel, en composés saturés. Les uns, peu importants, sont de nature acide; les autres sont constitués par des hydrocarbures forméniques, aromatiques et cycloforméniques.

En même temps que des produits liquides, il se forme des gaz riches, de l'eau et de l'acroléine.

La décomposition des glycérides inférieurs, triacétine, tributyrine, triisovalérine ne conduit pas à une réaction semblable. Par contre, la myristine et la palmitine subissent une décomposition de même nature que celle des huiles.

Il semble par conséquent que la production des hydrocarbures est liée à la haute richesse carbonée de l'acide qui constitue le glycéride. J'ai été amené ainsi à examiner la décomposition catalytique des acides gras élevés.

Les vapeurs d'*acide oléique*, dirigées dans un tube en cuivre renfermant des boulettes de cuivre-alumine, chauffées à 600°-650°, se décomposent normalement en donnant des produits liquides, de l'eau et du gaz.

Le gaz présente la composition suivante :

	Pour 100.
CO^2	6,7
CO	10
C^nH^{2n}	10
C^nH^{2n+2}	38
CH^4	11
H	24

(1) Séance du 20 mars 1922

(2) *Comptes rendus*, t. 173, 1921, p. 358 et 658.

Les produits liquides sont acides. Traités par la soude diluée, on obtient un produit jaune ambré qui commence à distiller à 40°. Les diverses fractions s'échauffent fortement par l'acide sulfurique qui absorbe plus de la moitié du liquide. La portion distillant de 40° à 50° fournit avec le brome un liquide lourd qui bout à 190°-200°; c'est le bibromure d'amylène.

Au lieu de séparer les hydrocarbures incomplets par l'acide sulfurique, j'ai soumis tout le liquide neutre provenant de la décomposition de l'acide oléique, à l'action hydrogénante du nickel à 180°-200°. On obtient ainsi un liquide incolore d'odeur agréable, ne décolorant plus le brome. Par rectification, on peut isoler deux séries de produits, les uns bouillant de 40° à 150°, les autres distillant de 150° à 250°. Les premiers fournissent les fractions suivantes :

° °	D_{10}.	° °	D_{10}.
60- 75	0,7047	105-110	0,7440
75- 80	0,7154	110-115	0,7477
80- 85	0,7198	115-120	0,7514
85- 90	0,7247	120-125	0,7545
90- 95	0,7294	125-130	0,7572
95-100	0,7325	130-135	0,7601
100-105	0,7360	135-140	0,7636

Le produit distillant de 60° à 75° est très peu attaquable par le mélange sulfo-nitrique; il est surtout formé d'hexane.

Dans la portion 85°-90°, on isole par nitration de la *nitrobenzine*, changée en aniline, et dans la partie bouillant à 105°-110°, on identifie facilement le *toluène* par son dérivé dinitré. Le liquide résiduel, catalysé sur nickel, fournit une petite quantité de carbures aromatiques; si on les sépare, le résidu a une densité $D_{10} = 0,7090$, voisine de celle de l'*heptane*.

Le même traitement sur la portion 130°-135° permet d'identifier le *métaxylène* et un liquide de densité $D_{10} = 0,7310$, voisine de celle du *nonane*, $D_{13} = 0,7228$.

La fraction distillant de 150° à 250° a une densité $D_{10} = 0,8450$.

Ces résultats montrent que la décomposition catalytique de l'acide oléique conduit à des gaz riches et à des produits hydrocarbonés liquides que l'hydrogénation sur nickel transforme en un mélange de carbures aliphatiques et de carbures cycliques parmi lesquels se trouvent la benzine, le toluène et le métaxylène.

MINÉRALOGIE. — *Sur la stasite, un minéral nouveau, dimorphe de la dewindtite.* Note de M. ALFRED SCHOEP.

La chalcolite de Kasolo (Katanga, Congo belge) est souvent imprégnée de divers autres minéraux uranifères. J'y ai trouvé de petites géodes de kasolite ainsi que des amas peu volumineux et de minces couches de dewindtite. C'est également sur la chalcolite de Kasolo que j'ai découvert le minéral qui fait l'objet de la présente Note; on l'y rencontre quelquefois en quantité suffisante pour le séparer des minéraux étrangers dans un état de pureté très satisfaisant, supérieur même à celui dans lequel j'ai pu obtenir la dewindtite.

Ce minéral, examiné à l'œil nu, est de couleur jaune, plutôt sale; mais au microscope on constate qu'il est formé de petits prismes très aplatis suivant h^1 (100), brillants, transparents, d'un beau jaune d'or. Les plus longs d'entre eux atteignent rarement $0^{mm},09$ et leur largeur ne dépasse guère $0^{mm},04$. Ils possèdent suivant h^1 un clivage qui paraît facile; ils sont nettement limités à l'une de leurs extrémités par une face p (001); mais à cause de la très faible épaisseur de ces prismes on ne peut apercevoir de p que la trace qui est perpendiculaire à la zone [001]. La cassure est irrégulière à l'autre extrémité. Ces cristaux sont biréfringents et s'éteignent suivant leur allongement qui est de signe positif. L'indice de réfraction est plus élevé que celui de l'iodure de méthylène.

La densité du minéral déterminée à l'aide du pycnomètre est de 5,03 à 17° C.

Au point de vue chimique il se comporte comme la dewindtite. Dans le tube fermé il donne de l'eau et devient rouge brun à chaud; il reprend sa couleur par refroidissement. Sur le charbon, à la flamme oxydante du chalumeau, il fond facilement en un globule noir, sans donner d'auréole. Mélangé à du carbonate de sodium, il donne à la flamme réductrice des globules de plomb. Il se dissout dans l'acide azotique; cette solution donne avec la liqueur molybdique un abondant précipité jaune de phosphomolybdate d'ammonium. Le minéral se dissout également bien dans l'acide chlorhydrique, avec formation de cristaux de chlorure de plomb, et dans l'acide sulfurique avec dépôt d'un précipité blanc de sulfate de plomb. Ces solutions sont colorées en jaune par l'uranium.

Deux portions du minéral, différentes en qualité, ont été soumises à l'analyse.

Elles furent séchées à 100° jusqu'à poids constant, et c'est sur la poudre ainsi desséchée que les analyses ont été faites. Cette dessiccation n'altère pas le minéral au point de vue de sa transparence, ni de ses autres propriétés optiques observables.

La portion du minéral, la plus parfaitement débarrassée de toute gangue est désignée par I; l'autre, un peu moins pure, par II. J'ai fait sur la portion I les dosages dont les résultats se trouvent dans les colonnes A_I, B_I, C_I, D_I. M. W. Steinkuhler, qui m'assiste dans ces recherches, a fait plusieurs analyses de la portion II; les moyennes en sont données dans la colonne E_{II}.

	A_I.	B_I.	C_I.	D_I.	E_{II}.
Insoluble	0,74	0,40	1,17	»	0,50
Perte par calcination	6,60	6,71	»	»	6,24
H^2O	»	»	»	5,60	»
PbO	25,53	26,20	26,08	»	26,20
UO^3	56,28	55,77	»	»	56,20
P^2O^5	10,32	10,62	»	»	10,60
CaO	»	»	0,30	»	»
MgO	»	»	»	»	»
	99,47	99,70	»	»	99,74
Total	0,30	0,30	»	»	0,30
	99,77	100,00	»	»	100,04

La magnésie se trouve dans le produit analysé à l'état de traces.

Dans le Tableau suivant, la colonne 1 contient les chiffres moyens donnés par les analyses A_I et B_I pour les composants principaux. Ces chiffres sont rapportés à 100 dans la colonne 2. Une troisième colonne reproduit, en regard, les résultats trouvés pour la dewindtite.

	1.	2.	3.
PbO	25,86	26,40	23,55
UO^3	56,02	57,19	60,13
P^2O^5	10,47	10,68	10,84
H^2O	5,60	5,70	5,46

Les analyses du nouveau minéral accusent pour celui-ci une plus forte teneur en plomb et une teneur moindre en uranium. Mais pour l'un et l'autre minéral la somme ($PbO + UO^3$) est à peu près la même, 83,59 et 83,68.

Si l'on divise les nombres de la colonne 2 par les poids moléculaires, on trouve :

PbO	0,113
UO_3	0,198
P^2O^5	0,075
H^2O	0,317

ce qui conduit à la formule

$$4PbO.8UO^3.3P^2O^5.12H^2O$$

qui est celle trouvée précédemment pour la dewindtite. Le minéral diffère de celle-ci par sa densité, sa couleur, la couleur de sa poussière, la forme de ses cristaux dont la symétrie vraie n'est pas encore établie.

Sa radioactivité est un peu inférieure à celle de la dewindtite.

Le minéral qui vient d'être décrit est nouveau. Je propose de lui donner le nom de *stasite*, en l'honneur du chimiste belge J.-S. Stas. La stasite et la dewindtite sont deux variétés dimorphes d'un même composé.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Hérédité anormale de la couleur des embryons d'une variété de Pois* (Pisum sativum *L.*). Note de M. **L. Blaringhem**, présentée par M. L. Guignard.

Dans les expériences classiques de Mendel, la couleur jaune des embryons de *Pisum sativum* domine la couleur verte, et la ségrégation en deuxième génération a provoqué la découverte d'une proportion numérique simple 3J : 1V. Mendel (1865) l'a vérifiée sur 8023 descendants dont 6022 étaient jaunes et 2001 verts; Correns (1900), Tschermak (1900), Hurst (1904), Bateson (1905), Lock (1905) ont obtenu des résultats concordants portant à 53064 les embryons dénombrés, avec ségrégation en 49117 jaunes et 13947 verts, soit 3,01 : 1. Pour obtenir ces résultats, *il faut choisir les lignées*.

Bateson (1905, et *Mendel's Principles*, 1909, p. 40) signale des embryons panachés « piebald »; « en de rares cas, en F_1, on trouve des embryons verts; beaucoup de variétés récentes ont des cotylédons teintés de vert et de jaune », et il suggère que les circonstances de la maturation peuvent altérer la couleur. C. E. White (1916) croit aussi à une influence possible des années humides où la maturation se produirait mal. Les conditions exceptionnelles des étés 1920 et 1921 fournissent à ce sujet complète garantie; en fait, la lignée détermine les aberrations; *il y a des lignées instables au point*

de vue de l'hérédité de la coloration des embryons; il y en a d'autres, et C. E. White (1916) l'a montré avec une grande netteté, où la dominance est renversée, le vert dominant le jaune.

Le Muséum d'Histoire naturelle me remit au printemps 1911 une collection de *Pisum* provenant de Hohenheim (Wurtemberg); mise en culture de 1911 à 1914 en lots séparés par des parcelles d'Orges, je vérifiai la constance des caractères sur 15 à 20 plantes par génération. En 1913, 1 plante sur 18 de la Sorte *Pariser Gold*, classée dans *Pisum sativum* var. *axiphium* Alefeld, présenta une variation notable; alors que toutes les graines des 17 autres plantes étaient d'un jaune bien pur, comme les graines reçues et celles de la génération précédente, la variante, qui fournit seulement 5 cosses, donna 27 graines jaunes et 2 graines vert jaunâtre. Plantées en 1914, j'ai pu m'assurer qu'en cette année les plantes de graines jaunes ne donnèrent que des jaunes et les deux graines vertes que des graines vertes.

Les descendants verts de 1914 furent remis en culture en 1919 sous le n° 9; 30 graines donnèrent des plantes peu vigoureuses dont 11 seulement fertiles; tous les embryons étaient d'un vert pâle uniforme; mais en 1920, sur 28 plantes (lot 91), 25 (dont les lignées 911 à 919) ne donnèrent que des embryons verts et 3 (lignées 921, 922, 923) respectivement 17, 12 et 10 verts pour 5, 4 et 11 jaunes franc.

Les épreuves de 1921 furent faites sur une vaste échelle; les embryons jaunes de 921, 922, 923 ne donnèrent que des embryons jaunes, sauf une plante avec 15 embryons jaunes et 1 strié de vert; les descendants verts des mêmes lignées se disjoignent et fournissent :

921 :	14 jaunes,	28 verts,	95 intermédiaires	= 137;
922 :	15 »	33 »	117 »	= 165;
923 :	21 »	18 »	49 »	= 88;

la lignée 923 donnant en quelque mesure 3 verts pour 1 jaune, soit la proportion inverse du cas normal. Mais ce n'est, sans doute, qu'un exemple accidentel, d'autant plus qu'il est nécessaire, pour analyser les descendances des lignées 911 à 919, de sérier les teintes des embryons [1018] en catégories dérivées :

Lignées	911.	912.	913.	914.	915.	916.	917.	918.	919.
Jaune blanc [95]	4	11	0	0	15	9	22	13	21
Mi-blanc mi-vert [189]	27	32	18	17	25	14	19	15	22
Jaune vert [390]	52	47	41	38	43	42	28	54	45
Vert franc [337]	31	22	68	75	31	27	26	23	34
Vert foncé [7]	0	0	4	3	0	0	0	0	0

Comme dans la plupart des exemples d'hérédité intermédiaire, quelques plantes

se distinguent par des particularités inattendues. Ainsi, dans la lignée 917, une plante ne donne que des graines jaunes dans les 2 cosses inférieures, que des graines vertes franc dans les 3 cosses supérieures; une autre donne de bas en haut 1 cosse intermédiaire, 2 jaunes, 1 mi-vert mi-blanc; dans d'autres lignées, 911, le vert franc passe par teintes graduées aux très rares jaunes (3 pour 100). Il est matériellement impossible de constater un schéma de disjonction selon le mode mendélien, même en décomposant les caractères en plusieurs facteurs indépendants, selon le procédé de Nilsson-Ehle.

O.-E. White (1916) a, en effet, constaté que la variété *Goldkönig* du *Pisum sativum* se comportait comme si la couleur des embryons dépendait de trois couples de facteurs G, Y, T, le facteur G (vert) dominant Y (jaune) et I servant à expliquer les anomalies. Mais il faudrait sans doute d'autres termes pour rendre compte de la disjonction de la Sorte *Sutton's non pareil* qui, d'après Bateson (1905), donne souvent des Pois jaunes avec des Pois verts. Bateson et Miss Kelby (1904) notent des colorations mixtes chez les Sortes *Merveille d'Amérique*, *Téléphone*, etc. La même Sorte *Merveille d'Amérique* se comporte dans les croisements de P. Baccarini (1911) d'une manière si irrégulière qu'il lui est impossible de définir la couleur dominante. Enfin E. Zederbauer (1914), étudiant lui aussi la génétique de *Merveille d'Amérique*, constate que la valeur du caractère change au cours de l'existence de l'individu; en 1917, il conclut que les individus jeunes, ordinairement récessifs, tendent dans les croisements avec les individus plus âgés à prendre une condition de véritable dominance. Nous sommes loin, dans ces exemples, de la loi simple de ségrégation des caractères énoncée par Mendel.

En résumé, certaines lignées de *Pisum sativum* présentent comme les *Hordeum* (Blaringhem, 1909), comme les Lins (Blaringhem, 1921) des irrégularités frappantes dans la transmission des caractères discontinus. Il faut faire un triage sévère des lignées pour vérifier rigoureusement les lois de Mendel; elles seules constituent les véritables *variétés régressives* utilisables comme réactifs pour l'analyse mendélienne de la descendance. Les lignées irrégulières fournissent d'autre part des réactifs sensibles à l'action du climat, de l'âge et, d'une façon générale, des conditions particulières de nutrition. Il est intéressant de posséder une lignée du *Pisum sativum* sensible quant à la coloration des embryons, qui permet des dénombrements rapides et le gain d'une année de culture à cause des phénomènes de xénie.

BOTANIQUE. — *Sur l'élongation des racines.*
Note (¹) de M. H. Ricome, présentée par M. Gaston Bonnier.

L'élongation des racines est si minime qu'il est difficile de montrer que la réaction à la pesanteur y est de même sens que dans les tiges; la multiplication cellulaire masque cette réaction.

Nos expériences antérieures portaient sur des organes fendus longitudinalement et pouvaient paraître insuffisantes à établir cette affirmation; mais voici une preuve concluante.

On n'a jusqu'ici trouvé d'autre moyen d'empêcher la racine de se diriger vers le bas que la roue de Knight et le dispositif pendulaire imaginé par nous. Dans les deux cas, on ne fait qu'égaliser l'action de la pesanteur autour de l'axe de l'organe. Dans l'expérience actuelle, la pesanteur oriente la racine verticalement *vers le haut*.

Il est possible de détruire la majeure partie des cellules en état de division active, en piquant la racine dans le sens de son axe avec une aiguille. L'expérience échoue avec une aiguille à dissection qui fait éclater les tissus superficiels. Elle réussit avec une fine aiguille à coudre qui perfore les cellules voisines de l'axe sans détériorer les autres. Dans ce cas, un grand nombre de cellules intactes demeurent capables d'élongation. Si l'on enfonce l'aiguille de 2^{mm} à 3^{mm}, on obtient régulièrement une incurvation de la racine vers le haut.

Si la racine ainsi traitée est placée dans l'eau en position normale, il se produit dès la première heure une courbure affectant une longueur qui atteint parfois 15^{mm}. Cette courbure est due à une modification de la tension relative des tissus et non à l'intervention de la pesanteur. Mais l'élongation se produit, et la pesanteur fait sentir son effet tropique. Alors la courbe primitive se déforme de façon qu'au bout de quelques heures la racine est redevenue verticale descendante et que seul le sommet est redressé vers le haut. La racine est donc coudée et le coude est situé régulièrement vers le cinquième ou le sixième millimètre.

Si la racine est placée en position horizontale, les mêmes phénomènes se manifestent. La courbure de tension se produit en direction quelconque (le traumatisme détruisant les cellules irrégulièrement), mais le coude résultant

(¹) Séance du 20 mars 1922.

de l'élongation relève le sommet vers le haut. Le coude est à la même distance de l'extrémité que dans le cas précédent.

Ainsi il suffit de gêner la multiplication cellulaire en détruisant les cellules les plus actives pour constater que l'effet de la pesanteur sur l'élongation est la même que dans la tige et non inverse comme on le croyait.

Nous avons déjà établi expérimentalement que la région des divisions cellulaires de la tige réagit en se dirigeant vers le bas. Ainsi se trouve complétée la démonstration expérimentale de l'effet inverse de l'action de la pesanteur sur les zones en état de division et en état d'élongation, effet dont le résultat le plus frappant est l'orientation de la racine vers le bas et l'orientation de la tige vers le haut.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une nouvelle fermentation acide produite par le* Sterigmatocystis nigra. Note de M. **Marin Molliard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Au cours de mes recherches sur la production des acides organiques libres par le *Sterigmatocystis nigra* j'ai montré en particulier que cette Mucédinée était capable, dans certaines conditions, de transformer en acide citrique une partie du sucre mis à sa disposition; c'est ce qui se passe par exemple quand le développement du Champignon s'effectue en présence d'un milieu ne contenant, en outre des doses normales de sucre et de sels minéraux, qu'une quantité insuffisante d'azote.

On observe d'autre part fréquemment que les quantités d'acide citrique et d'acide oxalique libres produits (les deux acides apparaissent par exemple dans le cas où c'est le phosphore qui est fourni en quantité insuffisante) se montrent nettement inférieures à celles qui correspondent à l'acidité libre présentée par le milieu de culture; il faut donc admettre qu'il existe au moins une autre substance acide s'ajoutant aux deux précédentes.

J'ai pu déterminer la nature d'une telle substance dans un cas où son étude est rendue particulièrement facile du fait qu'elle apparaît seule et en quantité très importante. Cultivons le *Sterigmatocystis nigra* sur un milieu ne contenant, pour une dose normale de saccharose (7^g pour 150^{cm^3}), pour le $\frac{1}{25}$ d'azote et de sels minéraux nécessaires au développement optimum de la Mucédinée; la marche de la culture, effectuée à 36°, est alors très spéciale

et se trouve présenter, entre autres caractères, ceux qui sont résumés par le Tableau suivant :

Durée de la culture (en jours).	Poids du mycélium sec (en mg).	Acidité (en cm³ N).	Sucre consommé (en mg).
10.............	779	12,3	5145
20.............	845	13,6	5812
30.............	994	11,9	6555
40.............	1150	10,9	6856

Au bout de 10 jours le maximum d'acidité est à peu près réalisé et, à partir de ce moment, la disparition du sucre est très lente; on ne met en évidence dans le milieu de culture ni acide oxalique, ni acide citrique; mais le liquide présente d'une manière très intense la réaction de Berg relative aux acides-alcools.

Si l'on remplace le liquide précédent par un milieu n'en différant que par une dose double de sucre, on obtient des résultats analogues, mais avec une exagération de l'acidité; le développement physiologique de la culture se traduit de la manière qui suit :

Durée (en jours).	Poids du mycélium sec (en mg).	Acidité (en cm³ N).	Acide citrique dosé.	Sucre consommé (en mg).
2..........	288	8,96	0	»
4..........	507	32	0	»
6..........	696	32,8	0	»
8..........	877	36,2	0	»
10..........	1015	37,4	0	9216
20..........	1134	38	330	10469
30..........	1295	36,4	389	11700
40..........	1299	32,4	289	12762

Jusqu'au 6e jour, il ne se produit pas trace d'acide citrique; le liquide reste limpide par addition d'acétate de plomb et ne donne pas la réaction de Denigès; ce n'est que vers le 8e jour qu'on peut obtenir une réaction qualitative de l'acide citrique et seulement vers le 20e jour qu'on peut le doser à l'état de citrate tricalcique. A aucun moment on ne décèle d'acide oxalique. Et cependant le maximum d'acidité du liquide se trouve presque atteint dès le 4e jour.

Des cultures de la série précédente, prélevées au 6e jour, permettent d'isoler facilement à l'état de sels de calcium ou de zinc l'acide-alcool produit en si grande abondance, de le séparer ainsi du sucre restant et de le régénérer à l'état libre par la décomposition de ces sels.

Il s'agit d'un acide ne cristallisant pas, mais restant sirupeux; son pouvoir rotatoire, les caractères de ses sels (le sel de cinchonine, en particulier, est insoluble dans l'alcool), ceux de sa phénylhydrazide, les résultats fournis par l'analyse élémentaire du sel de calcium, m'amènent à l'identifier à l'acide monobasique *d*-glucosique, que Léon Boutroux a déjà signalé comme un produit dérivant du glucose sous l'emploi de certains ferments acétiques.

L'acide en question apparaît comme le produit le plus simple qui puisse résulter de l'oxydation du glucose, et j'ai pu constater qu'il constitue à son tour un aliment pour le *Sterigmatocystis nigra* et peut subir une oxydation totale, au même titre d'ailleurs que l'acide citrique et l'acide oxalique, quand on fournit au milieu de culture tous les éléments nécessaires au développement normal du Champignon.

La méthode des milieux déséquilibrés, outre qu'elle montre le rôle important et spécifique des différents éléments chimiques dans les phénomènes biologiques d'oxydation, permet donc de mettre en évidence certains produits du métabolisme intermédiaire des substances organiques; d'après mes recherches, les diverses substances dérivant successivement de l'oxydation du sucre interverti s'accumulent dans les conditions suivantes :

1° Quand on diminue notablement les quantités de la source d'azote et de l'ensemble des sels minéraux, il s'accumule de l'acide glucosique, soit à l'état pur, soit d'une manière très prédominante par rapport à l'acide citrique;

2° Si l'on ne diminue que la dose de la substance azotée, c'est l'acide citrique qui devient le plus important;

3° Vient-on à faire porter la réduction sur le phosphore, on obtient une forte acidité libre résultant surtout d'un mélange d'acide citrique et d'acide oxalique;

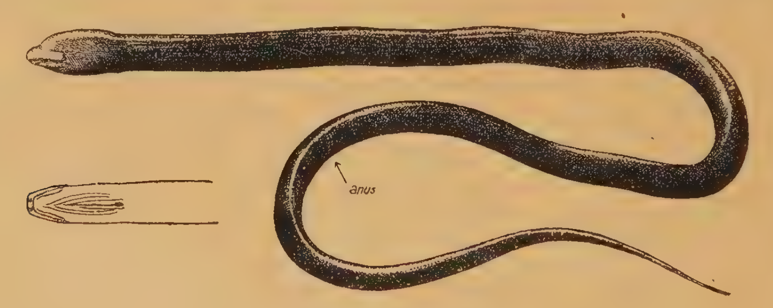
4° Quand la réduction intéresse le potassium, on assiste à une accumulation considérable d'acide oxalique;

5° Enfin, dans un milieu équilibré, il n'apparaît que des traces d'acides libres et l'on peut considérer qu'on est en présence du phénomène respiratoire normal.

ZOOLOGIE. — *Sur un nouveau Poisson aveugle des eaux douces de l'Afrique occidentale.* Note de M. **Jacques Pellegrin** présentée par M. Bouvier.

La faune ichtyologique des eaux douces de l'Afrique est loin d'être complètement connue et peut nous réserver encore des découvertes fort intéressantes. Tout récemment, M. Boulenger [1] décrivait comme le premier Poisson aveugle africain, un Barbeau sans yeux, le *Cæcobarbus Geertsi*, pêché dans un lac de la grotte de Thysville (Bas-Congo).

M. le Dr Bouet, chargé d'affaires de France au Libéria, a recueilli aux environs de Monrovia un Poisson qui, bien qu'appartenant à un groupe fort différent, présente également le caractère d'être aveugle et constitue une forme tout à fait curieuse. La capture de cet échantillon unique, mesurant 233mm de longueur, a été faite à 11h du soir dans un petit ruisseau d'eau



Typhlosynbranchus Boueti (Tête vue en dessous).

douce se jetant dans un marigot, à 2km ou 3km de la mer. L'étude de ce spécimen montre qu'il s'agit d'un genre nouveau de la famille des Synbranchidés, auquel je donne le nom de *Typhlosynbranchus*, c'est-à-dire Synbranche aveugle, dédiant volontiers l'espèce au Dr Bouet qui l'a rapportée au Muséum de Paris.

Le genre *Typhlosynbranchus* se trouve caractérisé par un corps nu, cylindrique, extrêmement allongé, vermiforme, terminé en pointe grêle et sans traces de nageoires. Les yeux sont absents. La bouche, bien fendue, est bordée de lèvres développées. Les dents sont coniques, en une seule rangée, sauf en avant sur les prémaxillaires et à la mandibule ; les dents palatines sont unisériées. L'appareil branchial se présente exté-

(1) *Revue zoologique africaine*, t. 9, 1921, fasc. 3, p. 252.

rieurement à la face inférieure de la tête comme un long pli médian longitudinal, bordé de bourrelets avec en arrière un orifice minuscule unique. Intérieurement on ne distingue pas de lamelles branchiales sur les trois arcs branchiaux antérieurs. L'anus est placé un peu après le début du tiers postérieur du corps.

Dans le *T. Boueti* la hauteur du corps est contenue 46 fois environ dans la longueur, celle de la tête 20 fois. Les narines sont bien séparées, les antérieures à l'extrémité du museau, les postérieures sur le sommet de la tête. La teinte générale est noirâtre.

La disposition de l'appareil branchial externe à orifice unique médian permet de placer ce Poisson apode dans la famille des Synbranchidés, mais il doit y occuper une place très à part à cause de la forme et de l'étroitesse de cet orifice excessivement réduit, ovalaire, tandis que dans les autres espèces du groupe il y a simple réunion, à la partie inférieure de deux fentes latérales bien développées.

Les Synbranchidés sont des Poissons anguilliformes dont on connaît trois genres : *Monopterus, Synbranchus, Chilobranchus*, répandus dans les eaux douces et saumâtres du sud-est de l'Asie, de l'Amérique du Sud, de l'Australie et dont une seule espèce, le *Syngnathus afer* Boulenger, a été signalée jusqu'en Afrique occidentale. Tous peuvent vivre longtemps hors de l'eau et beaucoup s'enterrent dans la vase pendant la sécheresse.

Déjà chez les *Monopterus*, on observe l'atrophie ou l'absence des lamelles branchiales sur les arcs branchiaux antérieurs; d'autre part chez certains *Synbranchus*, comme le *S. caligans* Cantor, de Malaisie, l'œil est très réduit, caché sous la peau. Ces caractères se trouvent encore plus accentués chez le *Typhlosynbranchus Boueti*. Il faut sans doute chercher dans ses habitudes limicoles l'origine de la cécité de ce Poisson, qui doit passer dans la vase, c'est-à-dire dans un milieu quasi opaque, une grande partie de son existence et qui, en outre, ne sort peut-être que la nuit à la recherche de sa nourriture.

BIOLOGIE. — *Sur les caractères d'un hybride mâle provenant de l'union d'un Canard Pilet mâle* (Dafila acuta *L.*) *et d'un Canard sauvage femelle* (Anas Boschas *L.*). Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Le Canard Pilet et le Canard sauvage forment, pour les ornithologistes, deux espèces assez distinctes pour être rangées dans deux genres différents.

Les femelles de ces deux sortes d'Oiseaux sont d'ailleurs assez ressemblantes, mais les mâles se différencient très nettement l'un de l'autre par de nombreux caractères faciles à observer. Dans leur *Traité d'Ornithologie*, qui date de 1867, Gerbe et Degland (¹) affirment que, parmi le gibier apporté sur les marchés de Paris, on trouve parfois des hybrides de deux espèces, dont il s'agit ici. Effectivement l'hybridation du Pilet et du Canard sauvage paraît se produire sans difficulté. En 1920, au jardin zoologique de Toulouse, naquirent plusieurs hybrides résultant de l'accouplement d'un Pilet mâle avec une femelle d'*Anas boschas*. L'un de ces hybrides était du sexe mâle, et dans la présente Note, je me propose de faire connaître les caractères de cet Oiseau en le comparant avec les mâles de Pilet et d'*Anas boschas*.

L'hybride en question, encore vivant aujourd'hui, ressemble au Canard sauvage mâle par la couleur vert foncé des plumes de la tête et du cou (à cause de ce caractère, le mâle de Canard sauvage est appelé communément *Col vert*). Cette partie du plumage est au contraire gris brunâtre chez le Pilet mâle.

Ses pattes sont rougeâtres, comme celles du Canard sauvage, alors que celles du Pilet sont de couleur beaucoup plus foncée.

Les plumes noires sus-caudales, qui sont droites et très longues chez le Pilet (ce caractère l'a fait appeler *longicaude* ou *acuticaude*) sont au contraire enroulées en demi-cercle chez l'hybride, et à ce point de vue encore, ce dernier se rapproche du Canard sauvage mâle. Toutefois, l'enroulement est moins marqué chez l'hybride que chez le Canard sauvage.

La taille de l'hybride est supérieure à celle du Pilet, et de même ordre de grandeur que celle du Canard sauvage.

L'hybride se rapproche au contraire du Canard Pilet par les caractères suivants :

Il présente deux bandes blanches placées derrière le cou et montant vers la région de la tête; elles sont cependant un peu moins longues que chez le Pilet. Ce caractère fait complètement défaut chez le Canard sauvage.

L'hybride a un bec bleu noirâtre, comme le Pilet (le bec est rougeâtre chez le Canard sauvage).

Le miroir de l'aile est très semblable à celui du Pilet : il a un reflet vert dans sa partie moyenne, est bordé d'une bande roussâtre du côté de la base

(¹) Voir le tome 2, pages 508 et 517 de l'Ouvrage de ces deux auteurs (*Ornithologie européenne*, 1867).

de l'aile, et d'une bande noire puis blanche du côté opposé. On sait que le miroir du Canard sauvage a un reflet bleu violacé dans sa région moyenne et est bordé de noir et de blanc sur ses deux bords latéraux.

D'autres caractères du plumage de l'hybride sont plus ou moins nettement intermédiaires entre les caractères correspondants des mâles des deux espèces parentes. Je citerai seulement ici la couleur du devant de la poitrine. On sait que, chez le Canard sauvage mâle, cette partie du plumage est d'une belle couleur roux marron foncé, tandis que chez le Pilet mâle elle est blanche. Chez l'hybride elle est blanche en majeure partie, mais des traces de roux marron foncé s'observent dans la zone périphérique de cette région du corps.

On peut dire, en résumé, que l'hybride mâle du Canard Pilet mâle et du Canard sauvage femelle ressemble davantage, par certains caractères, soit à l'un, soit à l'autre des mâles des deux espèces desquelles il dérive. Mais on doit noter qu'à d'autres points de vue il est plus ou moins intermédiaire entre ces deux animaux. Ces conclusions sont tout à fait analogues à celles auxquelles me conduisit l'étude d'un hybride mâle de Canard musqué et d'Oie d'Egypte ([1]). Ces deux cas se rapportent à la catégorie des hybrides chez lesquels les produits directs de l'union des deux parents d'espèces différentes présentent des caractères du parent mâle, des caractères du parent femelle et des caractères nouveaux ou plus ou moins intermédiaires à ceux des deux espèces souches.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Zinc et cancer.* Note de M. **Paul Cristol**, présentée par M. Widal.

C. Delezenne ([2]) a montré que plus un tissu est riche en phosphatides ou en nucléoprotéides, plus il contient de zinc. D'autre part, il a émis l'hypothèse que le zinc y remplit, sous une forme appropriée, le rôle de catalyseur dans les phénomènes d'hydrolyse des phosphatides et des acides nucléiques. Enfin il a vérifié une fois avec M. Pettit qu'un animal intoxiqué à dose

([1]) *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 68. (Dans le titre de cette Note, il faut lire *Chenalopex* au lieu de *Chenalopes*.)

([2]) Delezenne, *Le zinc constituant cellulaire de l'organisme animal* (*Ann. Inst. Pasteur*, t. 33, 1919, p. 68).

faible par du venin de cobra (très riche en zinc) présentait des divisions caryocinétiques anormales des cellules nerveuses.

Ces faits nous ont incité à étudier, au point de vue de leur teneur en zinc, les tumeurs cancéreuses.

Nous avons employé les techniques analytiques utilisées par M. Delezenne.

Voici les premiers résultats obtenus :

Tumeurs conjonctives.

	H^2O pour 100.	Poids sec analysé.	SO^4Zn pesé.	Zn pour 1000 frais.	Zn pour 1000 sec.
		g	mg		
Fibrome utérin 1.....	81,18	4,21	3,2	0,057	0,3069
» » 2.....	81,05	9,09	6,5	0,053	0,294
» » 2 (1)..	74,30	7,583	6,9	0,092	0,369

Tumeurs épithéliales.

Cancer de l'utérus....	75,67	5,00	9,8	0,193	0,794
Cancer du foie.......	78,46	8,41	11,4	0,119	0,549
Cancer du sein 1.....	75,01	9,60	9,3	0,098	0,424
Cancer du sein 2.....	74,55	6,357	12,3	0,200	0,783
Cancer de la face.....	78,0	7,255	10,3	0,128	0,574

Ces chiffres sont intéressants, d'abord par la différence qu'ils montrent entre les tumeurs conjonctives bénignes et les tumeurs épithéliales malignes.

D'autre part, il est important de noter l'élévation de la teneur de zinc de la portion centrale du fibrome utérin n° 2. Or cette partie était molle et l'examen histologique y a montré un commencement de dégénérescence sarcomateuse, tandis que la partie périphérique était purement fibromateuse.

Enfin les deux cancers du sein cités étaient tous deux des cancers alvéolaires, mais alors que le second qui atteint un taux de zinc très élevé ($0^g,783$ pour 1000 de tissu sec) était un épithélioma typique, le premier contenant seulement $0^g,424$ pour 1000 de zinc était un cancer alvéolaire dendritique avec forte réaction fibreuse du type squirrheux (examen histologique du Professeur Grunfellt).

(1) Parties périphériques et parties centrales dégénérées.

Ces premiers résultats semblent montrer que la teneur élevée en zinc des tissus cancéreux est fonction de la prolifération et de l'activité cellulaire et nucléaire.

HISTOLOGIE COMPARÉE. — *Sur le tissu lymphoïde de l'intestin moyen des Myxinoïdes et sur sa signification morphologique.* Note de M. **Jacques Mawas**, présentée par M. Henneguy.

L'intestin moyen des Myxinoïdes présente une structure histologique remarquable. Elle consiste dans la présence, dans l'intérieur même de la paroi intestinale, d'un tissu lymphoïde abondant, ordonné par rapport aux vaisseaux tributaires de la veine porte. Il ne s'agit point ici, comme on pourrait le croire au premier abord, d'amas lymphoïdes banaux, comme on en rencontre dans tous les intestins des Vertébrés, mais bien, sinon d'un tissu spécial, du moins d'une structure et d'un ordonnancement caractéristiques qu'il nous semble intéressant de signaler.

Nous laisserons de côté, dans cette Note, l'étude de l'épithélium intestinal et du riche réseau capillaire qui lui est sous-jacent, pour porter notre attention sur la paroi intestinale proprement dite. Cette paroi est limitée d'une part par une puissante ceinture de faisceaux conjonctifs soutenant l'épithélium et, d'autre part, par le muscle circulaire intestinal, doublée de l'endothélium de la cavité générale. Tout en étant parfaitement circulaire, elle envoie des prolongements en forme de festons du côté de l'épithélium qu'elle soulève en plusieurs endroits. Étudiée au niveau ou entre les villosités, elle présente le même aspect.

On y constate un tissu graisseux spécial formé par d'immenses cellules dont les noyaux géants ressemblent à un amas de boyaux chromatiques à incisures profondes, contenant un ou plusieurs nucléoles. Ces noyaux ressemblent à ceux de certaines glandes d'Invertébrés; leur étude serait intéressante à entreprendre pour ceux qui voudraient étudier le rôle du noyau dans l'élaboration et la fixation des réserves graisseuses dans ces cellules spéciales, qui diffèrent par certains points de leur structure des cellules des coussinets adipeux sous-épidermiques. Dans ce tissu graisseux, et plus spécialement à sa périphérie, règne un réseau de capillaires, anastomotiques, doublé d'un manchon de globules blancs, plus ou moins épais. Les capillaires sont larges, remplis de sang. Ils sont limités par un endothélium à cellules

plates et à noyaux allongés. Autour de chaque capillaire, on constate des amas plus ou moins abondants de cellules lymphoïdes. Ces amas forment de véritables manchons cellulaires péricapillaires. En plus de ces manchons, il existe des cordons lymphoïdes pleins. Ils réunissent les uns aux autres les manchons de différents capillaires éloignés et se continuent directement avec eux. On se trouve donc en présence d'un système hémo-lymphatique complexe, essentiellement composé par des capillaires sanguins doublés de manchons lymphoïdes et réunis les uns aux autres par des cordons pleins de même nature. En d'autres termes, il existe dans l'intérieur de la paroi intestinale des Myxinoïdes un système de réseau lymphoïde à larges mailles, ordonné par rapport aux vaisseaux sanguins.

Quelle est maintenant la constitution histologique de ce tissu? Elle est très simple. Quelle que soit la région envisagée, on n'y trouve qu'une seule espèce de cellule lymphoïde, avec des formes dégénératives ou évolutives, ressemblant au grand mononucléaire des Vertébrés. Ces cellules sont fréquemment en karyokinèse. Elles ne semblent jouer aucun rôle dans la formation des globules rouges.

Quant à la signification morphologique de ce réseau hémo-lymphatique intra-intestinal, nous pensons qu'il s'agit bien là d'une rate interstitielle, diffuse dans la paroi intestinale. Ce serait chez *Myxine glutinosa* la forme la plus simple et la disposition la plus primitive que l'on connaisse de cet organe si compliqué chez les Vertébrés supérieurs. Les Myxines nous offrent le type idéal de la rate schématique : du tissu lymphoïde, autour des capillaires veineux, appartenant au système porte.

MÉDECINE. — *Traitement de la contracture par l'excitation électrique des muscles non contracturés dans les lésions du faisceau pyramidal et dans la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique. Évolution de la chronaxie au cours du traitement.* Note [1] de M. Georges Bourguignon, présentée par M. d'Arsonval.

I. Dans une précédente Note [2] j'ai montré que, en règle générale, dans la contracture causée par les lésions du faisceau pyramidal, la chro-

---

(1) Séance du 20 mars 1922.

(2) G. Bourguignon, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 773.

naxie diminue au point moteur des muscles contracturés, et augmente dans leurs antagonistes non contracturés.

Cette constatation m'a suggéré l'idée de reprendre le traitement de la contracture proposé par Duchenne de Boulogne et d'en contrôler les effets par l'étude de la chronaxie.

Duchenne de Boulogne avait proposé de traiter la contracture des hémiplégiques et des paraplégiques par la faradisation des antagonistes non contracturés. Après lui, ce traitement fut tour à tour employé et rejeté. Actuellement, la plupart des cliniciens déconseillent l'emploi de tout traitement électrique chez les hémiplégiques et les paraplégiques, dans la crainte de provoquer ou d'augmenter la contracture. M'appuyant sur la connaissance que j'avais acquise de la chronaxie chez ces malades, j'ai essayé de traiter les muscles non contracturés à chronaxie normale ou augmentée, dans l'espoir d'augmenter la tonicité des muscles non contracturés et de diminuer ainsi, indirectement, l'hypertonicité des muscles contracturés. L'expérience a confirmé ces prévisions. J'ai choisi quelques hémiplégiques et quelques paraplégiques présentant un écart notablement plus grand que normalement entre la chronaxie des extenseurs et des fléchisseurs et j'ai fait des excitations à l'aide de chocs faradiques espacés au rythme d'environ 80 excitations à la minute, sur les muscles à chronaxie augmentée. Les excitations sont faibles, donnant une contraction à peine supérieure au seuil. Dans chaque séance, chaque muscle traité est excité 15 à 20 fois. Les séances ne se répètent que 2 à 3 fois par semaine, avec repos de traitement au bout de 12 séances. Je veille avec soin à ne provoquer aucune excitation par diffusion dans les muscles contracturés.

Grâce à ce traitement, j'ai obtenu, comme Duchenne de Boulogne, l'amélioration de la contracture. Ainsi, en quelques séances, un hémiplégique contracturé en flexion au membre supérieur peut ouvrir complètement la main; dans un cas de maladie de Little, avec contracture du triceps sural produisant un pied équin, l'excitation des extenseurs des orteils et du jambier antérieur a relâché la contracture du triceps au point que la malade pouvait, au bout d'une dizaine de séances, appuyer le talon sur le sol.

En même temps, j'ai constaté, chez les malades améliorés, que l'excitation électrique fait diminuer la chronaxie des muscles antagonistes excités, alors que la chronaxie des muscles contracturés augmente : *l'équilibre normal entre la chronaxie des fléchisseurs et des extenseurs tend à se rétablir.*

II. Ces résultats me conduisirent à étudier une contracture d'origine

très différente, celle qui succède si souvent à la paralysie faciale périphérique.

Dans ce cas, la chronaxie reste élevée dans les muscles contracturés, parce que la contracture succède à la dégénérescence. Ce qu'on peut dire, c'est qu'on ne trouve jamais de chronaxies très grandes dans les contractures secondaires à la paralysie faciale.

Dans les muscles du côté sain, on trouve la chronaxie augmentée de 2 à 5 fois la valeur normale : *les muscles symétriques du côté sain se comportent donc comme les muscles antagonistes des muscles contracturés chez les hémiplégiques.* Cette constatation m'a donné l'idée de traiter la contracture secondaire à la paralysie faciale par l'excitation des muscles sains. Chez la totalité des malades ainsi traités, actuellement au nombre de 5, la contracture s'est améliorée au point que, pratiquement, les malades n'en éprouvent presque plus aucune gêne.

J'ai appliqué à ces cas exactement le même traitement qu'aux hémiplégiques et aux paraplégiques. Dans le traitement électrique de la contracture, quelle qu'en soit la cause, il faut se garder de faire la moindre excitation sur les muscles contracturés ou à chronaxie diminuée : le traitement échouerait et l'on risquerait d'aggraver la contracture.

Après le traitement de la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique, la chronaxie est revenue à sa valeur normale du côté sain, et se rapproche de la normale du côté malade.

Les résultats fonctionnels sont meilleurs dans la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique que dans la contracture causée par les lésions du faisceau pyramidal. C'est que, dans le cas de la paralysie faciale périphérique guérie avec contracture, la contracture constitue toute la maladie, tandis que chez les hémiplégiques et les paraplégiques, la diminution de la contracture laisse subsister la lésion du faisceau pyramidal.

De ces faits on peut donc conclure :

1° L'excitation électrique, bien localisée, des muscles *non contracturés, à chronaxie normale ou augmentée,* constitue un excellent traitement de la contracture d'origine centrale des lésions du faisceau pyramidal, comme l'avait vu Duchenne de Boulogne.

2° C'est le traitement de choix, sinon le seul efficace, de la contracture secondaire à la paralysie faciale périphérique.

3° Les résultats de ces traitements s'accusent non seulement cliniquement, mais aussi par la tendance au retour à l'équilibre normal des chronaxies.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Action préventive et curative dans la syphilis du dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique (sel de soude).* Note ([1]) de MM. C. LEVADITI et A. NAVARRO MARTIN, présentée par M. Roux.

Dans une Note récente ([2]), un de nous a insisté sur l'utilité d'une prophylaxie de la syphilis par simple ingestion d'un médicament spirillicide efficace, plus pratique que les applications locales de pommades ou les injections préventives. Les essais réalisés au moyen de sels solubles de bismuth (lactate), administrés préventivement par la bouche, ayant fourni des résultats peu satisfaisants, nous nous sommes adressés aux arsenicaux. Parmi ceux-ci, le *dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique* (sel de soude) ([3]) (désigné 190), nous a paru le plus indiqué. Ce sel est, en effet, stable, facilement maniable, très soluble, riche en arsenic ([4]) et relativement peu toxique ([5]). Son efficacité thérapeutique en injection sous-cutanée, dans la syphilis expérimentale du lapin, est incontestable, ainsi que nous l'avons montré antérieurement ([6]).

Nous avons entrepris des expériences de prophylaxie et de traitement par *la voie digestive* au moyen de ce composé. Les essais préventifs expérimentaux sont en cours; ils ont déjà abouti à des résultats favorables. Dans cette Note, nous résumons les *effets thérapeutiques sur l'animal et les quelques tentatives préliminaires faites sur l'homme.*

Dispositif expérimental. — Des lapins porteurs de lésions syphilitiques riches en tréponèmes, sont mis à jeûn pendant 24 heures, puis on leur administre, par voie stomacale, 10^{cm^3} à 20^{cm^3} de la solution de 190 à 10 pour 100. Examen de l'évolution de la lésion et recherche des spirochètes.

EXPÉRIENCE 1. — *Lapin* 8-E, P = 2750^g, porteur de lésions préputiales riches en *tréponèmes neurotropes*, reçoit, *per os*, 2^g de 190. Les tréponèmes disparaissent le

---

([1]) Séance du 22 mars 1922.

([2]) SAZERAC et LEVADITI, *Comptes rendus*, t. 174, 1922, p. 128.

([3]) FOURNEAU, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 35, 1921, p. 571.

([4]) 20,3 pour 100 d'*arsenic*.

([5]) La dose toxique pour le lapin, en injection sous-cutanée, est de $0^g,5$ par kilogramme.

([6]) LEVADITI et NAVARRO, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 36, 1922, p. 46.

deuxième jour; nouvelle ingestion de 2^g du même produit. *Les lésions guérissent le quatrième jour* et les spirochètes disparaissent définitivement. *Dose totale* = 4^g, *soit* $1^g,5$ *par kilogramme.*

Expérience 2. — *Lapin* 55-B-*f*, P = 3080^g, porteur de deux nodules scrotaux (diamètre $1^{cm},4$ et $1^{cm},6$) et d'un petit chancre riche en *tréponèmes dermotropes* (Virus Fournier-Schwartz).

On administre, par la bouche, 2^g de 190. *Les tréponèmes disparaissent dès le premier jour.* Les nodules diminuent progressivement. Guérison complète et définitive le huitième jour. *Dose totale* : 2^g, *soit* $0^g,66$ *par kilogramme.*

Expérience 3. — *Lapin* 45-O, P = 3150^g, porteur de lésions intenses préputiales et anales, riches en *Spirochœta cuniculi*, reçoit 1^g de 190 *per os*. Disparition des spirochètes le deuxième jour et guérison de la lésion le troisième jour. Absence de récidive, aucune perte de poids. *Dose totale* : 1^g, *soit* $0^g,30$ *par kilogramme.*

Plusieurs autres expériences analogues faites avec des doses inférieures ($0^g,15$ par kilogramme) ont fourni des résultats identiques.

Expérience 4. — *Macaccus cynomolgus* n° 00, est infecté par scarification des arcades sourcilières, avec du virus d'origine humaine. 12 jours après, lésions locales papulo-érosives renfermant des tréponèmes. 9 jours après le début de ces lésions, alors que celles-ci contenaient de nombreux tréponèmes, ingestion de $1^g,50$ de 190. Les lésions se détergent le troisième jour; nouvelle ingestion de 1^g de 190. Disparition des spirochètes le troisième jour, et guérison définitive le sixième jour.

Ces expériences montrent que le 190, *administré par voie buccale, provoque la guérison rapide et définitive des lésions syphilitiques, tant chez le lapin que chez le singe* (*même action sur le Spirochœta cuniculi*). Les tréponèmes disparaissent dès le deuxième ou le troisième jour, et il n'y a pas de récidive.

Le médicament est toxique *per os*, à la dose de $0^g,66$ par kilogramme; les animaux succombent tardivement (de 19 à 24 jours après l'ingestion). Il est, au contraire, bien toléré quand cette dose ne dépasse pas $0^g,30$ ou $0^g,40$ par kilogramme. La dose thérapeutique par voie digestive, difficile à établir d'une manière précise, se rapproche de celle qui a été trouvée par voie sous-cutanée. Ce fait, ainsi que l'étude de l'élimination de l'arsenic par l'urine chez l'homme et chez l'animal (M. et Mme Trefouël) montrent que le 190 s'absorbe rapidement et en quantité notable par la muqueuse digestive.

Action thérapeutique chez l'homme. — Nous avons traité par cette méthode deux sujets (A et B) porteurs de gros chancres multiples du fourreau, riches en tréponèmes. La dose totale absorbée *per os* a été de 16^g chez A et de 14^g chez B, à raison de 1^g à 2^g par jour, pris à jeun. Aucun trouble n'a été observé au cours du traitement, hormis une élévation passagère de la

température, dont la vraie raison nous échappe. Les tréponèmes ont disparu définitivement après le premier gramme chez A, après le septième gramme chez B, et les chancres se sont cicatrisés rapidement. Chez A, quelques taches ayant l'aspect de macules roséoliques sont apparues 12 jours après le début du traitement; elles ont disparu peu après.

MM. L. Fournier, L. Guénot et A. Schwarz ont entrepris parallèlement des essais thérapeutiques d'après la méthode sus-indiquée, sur des malades, aux diverses périodes de la syphilis. Les résultats obtenus sont conformes aux précédents.

Action préventive chez l'homme. — A la suite de ces données expérimentales et cliniques, X, âgé de 25 ans, s'est offert à être scarifié aux deux bras avec du virus syphilitique dermotrope, le 3 février 1922 (infection massive). Le même virus a servi à inoculer, aux arcades sourcilières, le *Macaccus cynomolgus* n° 13. X reçoit, 2 heures et demie et 16 heures après la scarification, 2^{g} de 190 par la bouche (en tout 4^{g}).

Le macaque montre des lésions papuleuses le dixième jour, lésions qui augmentent progressivement dans la suite. X n'a présenté aucun accident local pendant 47 jours d'observation. La réaction de Bordet-Wassermann est restée continuellement négative. Ces recherches ont été faites en collaboration avec M. A. Marie [1].

CONCLUSIONS. — *Le dérivé acétylé de l'acide oxyaminophénylarsinique* (sel de soude) *est un médicament qui, administré par la bouche, prévient la syphilis et provoque la cicatrisation rapide des manifestations syphilitiques, tant chez l'animal que chez l'homme;* mais il est encore trop tôt pour savoir si ce mode de traitement amène une guérison définitive de la maladie.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

---

[1] D'après les constatations de M. Navarro, le 190, administré par la bouche, agit favorablement dans les trypanosomiases expérimentales (Nagana de la souris et du cobaye).

ERRATA.

(Séance du 12 décembre 1921.)

Allocution de M. *Georges Lemoine* :

Page 1219, ligne 11, *au lieu de* Geguin, *lire* Seguin.